

# Altruisme intergénérationnel, développement durable et équité intergénérationnelle en présence d'agents hétérogènes

Alban Verchère\*

1<sup>er</sup> octobre 2004

## Résumé

On introduit des agents altruistes et d'autres plus égoïstes dans un modèle de développement durable où l'environnement futur dépend des actions de dépollution des deux groupes. Cette hétérogénéité amène un résultat paradoxal par rapport à ce qu'on obtient avec un seul type d'agents : l'environnement et les utilités connaissent une évolution en U, mais la date du retournement survient à un horizon plus éloigné en présence des deux types d'agents, qu'avec les seuls agents égoïstes.

Mots clés : altruisme intergénérationnel, hétérogénéité, développement durable, équité entre générations.

Classification JEL : O13, Q20.

---

Intergenerational Altruism, Sustainable Development and  
Intergenerational Equity with Heterogeneous Agents

## Abstract

In this article, we study the question of intergenerational equity in a framework that displays two kinds of agents distinguished by their non dynastic intergenerational altruism. The more altruist agents regarding the transmitted environment are qualified of ecologists, whereas the others, less altruists, are then qualified of consumerists. This heterogeneity integrated in a sustainable development model leads to a rather counter-intuitive or paradoxical result as compared with the homogeneous agents case: environmental quality and utility of each group equally record a U-shape evolution, but the favorable u-turn intervenes later in the heterogeneous case than when only consumerists (or less altruist agents) compound the economy. Interpreting this result in terms of free-riding give us the opportunity to reinterpret the question of intergenerational inequity that would have been excluded in a model with only one kind of *altruist* agents.

Key-words: Intergenerational Altruism, Heterogeneity, Sustainable Development, Intergenerational Equity. JEL-Classification: O13, Q20.

---

\*BETA-Theme, Université Louis Pasteur de Strasbourg, Faculté des Sciences Économiques et de Gestion, PEGE, 61, av. de la Forêt Noire, 67 085 Strasbourg Cedex. Tel.(Fax) : 03-90-24-20-94(71) / verchere@cournot.u-strasbg.fr.  
◊ Je remercie vivement Virginie Forest, Thomas Seegmuller et Yves Kuhry pour leurs précieux commentaires et demeure seul responsable d'éventuelles erreurs ou omissions.

# 1 Introduction

La question de la pérennité du développement dans un monde aux ressources limitées et à l'environnement fragile a pris depuis les années 80 une dimension nouvelle avec l'émergence du concept de développement durable — Rapport Brundtland (1987). Est depuis instituée l'idée selon laquelle "*le développement doit permettre la satisfaction des besoins des générations présentes sans compromettre la capacité des générations futures de répondre aux leurs*". Une première définition formelle de cette idée en économie a été donnée par Pezzey (1989) et veut que l'utilité des générations n'enregistre aucune baisse dans le temps :  $U_{t+1} \geq U_t \forall t \geq 0$ . Une façon moins formelle de voir la chose consisterait à dire qu'il convient de placer l'économie sur des trajectoires qui ne compromettent pas le futur, c'est-à-dire telles qu'après un certain niveau de dégradation de l'environnement, on observe un processus de retour vers des niveaux meilleurs — par exemple en corrélation avec l'évolution du revenu par tête comme l'illustre la "Courbe Environnementale à la Kuznets"<sup>1</sup> — qui assure finalement que l'utilité des générations n'enregistre jamais de baisse durable, et encore moins, irréversible.

La modélisation de *situations dynamiques* où une succession de générations *d'agents hétérogènes* vivent dans une seule et même économie et partagent le même environnement est plutôt rare. Ainsi, dans un cadre dynamique mêlant environnement et croissance, l'article de Jovet *et alii* (2000a) est intéressant puisqu'est introduite une forme explicite d'hétérogénéité entre agents. A savoir, dans le même esprit que Jovet *et alii* (2000b), Jovet *et alii* (2000a) ajoutent aux agents altruistes à la Barro, des agents qui ne le sont pas. Le résultat est alors que la présence d'agents non altruistes conduit, par rapport au cas précédent, à une source de sous-optimalité supplémentaire, en raison de comportements de resquille. De même peut-on encore citer l'article de Li et Löfgren (2000) où l'hétérogénéité passe désormais par des taux d'actualisation différents entre agents représentatifs, leurs utilités étant en revanche identiques.

Hormis ces deux contributions, les travaux qui traitent de la gestion de l'environnement en tant que *patrimoine commun* et en vue d'un développement durable, mettent généralement aux prises des agents localisés dans différents pays. Il y est alors question, soit de coopération pour qu'émerge la soutenabilité, soit de l'étude des conséquences à très long terme — et plus rarement sur la dynamique globale — de l'absence de coordination au plan international. Ainsi, John et Pecchenino (1997) abordent le problème de la coopération internationale avec ou sans transferts, à court ou à long terme, et montrent que si ces derniers sont définis sur horizon fini (*i.e.* à chaque date) ils s'avèrent finalement néfastes à la préservation de l'environnement mondial. Chen (1997) traite notamment la question des moyens de rendre effectifs et stables des accords définis entre pays sur horizon infini. Zagonari (1998) discute le bien fondé ou non de la coopération sur horizon infini par rapport aux initiatives unilatérales. A l'inverse, prenant le parti de l'absence de coopération, Caplan *et alii* (1999) réinvestissent la question de la neutralité des transferts quand ceux-ci ne relèvent pas d'une coopération explicite, mais que les pays s'avèrent altruistes. Muir (1996) s'intéresse lui aux conséquences à très long terme de taux d'actualisation différents entre planificateurs au Nord et au Sud. Enfin, dans Verchère (2003), nous avons étudié les effets à attendre au Nord et au Sud de transferts à but environnemental pris à l'initiative unilatérale du Nord, avec en toile de fond la question de leur soutenabilité jusqu'à l'état stationnaire.

Le présent article est à la croisée des littératures précédentes. Premièrement, celle qui voit dans l'altruisme une cause possible du développement durable à la Pezzey (1989) — *i.e.*  $U_{t+1} \geq U_t \forall t$  —, ou dans une acception proche, comme celle que sous-tend la courbe environnementale à la Kuznets.

---

1. Cette courbe a bien été observée dans certains pays — Selden et Song (1994) ou Stern et Common (2001).

Deuxièmement, celle qui aborde le problème de la coordination des actions entre agents partageant le même environnement, parfois, seulement, localisés dans la même économie, impliquant *ipso facto* leur hétérogénéité.

Ainsi, en conjuguant altruisme et hétérogénéité, cet article entend apporter une contribution à la littérature sur le développement durable en réinvestissant la question de l'équité intergénérationnelle quand on est en présence d'agents altruistes mais de types différents.

### *Contextualisation du problème et présentation des résultats.*

Nous considérons le cas d'une succession de générations ne vivant qu'une période et caractérisées par une certaine forme d'altruisme. Les agents de chaque génération manifestent de l'intérêt pour l'environnement *légué* de sorte que les moyens consacrés à sa préservation sont désintéressés. Ainsi, ils éprouvent une satisfaction "morale" au fait de léguer une certaine qualité de l'environnement, mais n'en bénéficient pas à proprement parler. De surcroît, chaque génération est composée de deux groupes d'agents aux tailles invariantes, qui se différencient par leur degré d'altruisme. D'un côté on a des agents "écologistes" (groupe 1) très attentifs à la qualité de l'environnement légué, de l'autre des agents "consoméristes" (groupe 2), plus intéressés par leur bien-être matériel et moins par la qualité de l'environnement futur.<sup>2</sup> L'élément à relever est que les groupes étant membres de la même Société, leurs efforts conjugués en matière de préservation de l'environnement futur induiront un niveau de qualité de l'environnement légué à leurs descendants directs — tous types confondus —, qui ne correspondra à aucun des niveaux que chaque groupe aurait souhaité pour ses propres enfants, s'il avait été seul. Nous mettrons alors en lumière que l'introduction d'hétérogénéité au niveau du degré d'altruisme amène un résultat qui peut apparaître surprenant quand il est question d'altruisme, mais qui s'explique par la dimension "bien public pur" de l'environnement. La qualité de l'environnement enregistre une évolution en forme de "*U*", mais la date à laquelle s'opère le retournement favorable se produit paradoxalement à un horizon plus éloigné quand on est présence des deux types d'agents, que lorsqu'on est en présence des seuls agents "consoméristes", pourtant les moins altruistes ! Un tel résultat — faire moins bien avec une mixité d'agents diversement altruistes qu'avec uniquement ceux qui le sont peu —, met en évidence qu'y compris les plus altruistes sont poussés à faire moins bien que ce qu'ils feraient s'ils étaient seuls, et donc à renier d'une certaine façon les engagements plus forts qu'ils semblaient avoir pris envers leurs descendants. Le présent phénomène, qui rallongera de fait la durée de renversement de la tendance initiale, sera expliqué par la resquille entre groupes d'agents, fussent-ils être tous altruistes. Nous verrons alors en quoi cette situation repose la question de l'iniquité intergénérationnelle, évacuée dans un cadre avec un seul type d'agents. Enfin, nous étudierons comment définir des contrats sociaux entre groupes, qui permettent d'obtenir à chaque date une issue collectivement meilleure et avec, d'avancer la date du retournement favorable de l'utilité des générations au bénéfice de l'ensemble d'entre elles.

L'article se compose ainsi : la section 2 présente les hypothèses et le modèle. La section 3 établit l'équilibre de *laissez-faire* et l'allocation du gouvernement. La section 4 traite de l'émergence de courbes à la Kuznets et de sentiers de développement durable. La section 5 procède à une analyse du bien-être, aborde la question de l'équité intergénérationnelle, et définit un contrat social possible. La section 6 conclut l'article.

---

2. Dans une optique de long terme, la Société est composée de deux dynasties reproduites par parthénogenèse et distinguées par leur altruisme.

## 2 Hypothèses et structure du modèle

### 2.1 La démographie et la production

L'économie en temps discret est constituée d'une succession de générations dont la masse démographique est constante et normalisée à 1. On note  $\epsilon$  et  $1 - \epsilon$  les masses invariantes d'agents de type 1 et 2 : écologistes et consuméristes. On pose  $\epsilon \in \left[ \frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)} ; 1 - \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)} \right]$ , avec  $1 > \alpha_2 > \alpha_1 > 0$  et  $a > 0$  des paramètres définis ultérieurement. Cette condition respecte  $\epsilon \in ]0,1[$ , même si, selon les paramètres, on se restreint à des classes d'économies dont les proportions  $\epsilon$ ,  $1 - \epsilon$  d'agents 1 et 2 ne sont pas totalement libres. Cette condition est cependant indispensable à l'existence d'un équilibre de *laissez-faire* avec positivité des niveaux de dépollution — cf. *infra* 3.1.

A chaque génération, les agents de type 1 et 2 offrent inélastiquement une unité de travail ( $l_t = 1$ ), de sorte que l'offre globale vaut  $L_t = 1$  pour tout  $t$ . Comme chez Chen (1997) ou Caplan *et alii* (1999), le travail est le seul facteur de production. Compte tenu de ces hypothèses, on considère que le revenu de l'économie à chaque date est donné par :

$$Y_t = E_t L_t A^t k_0 = E_t A^t k_0 \quad \text{car } L_t = 1 \quad (1)$$

$E_t$  est la qualité de l'environnement en  $t$  (définie dans la section suivante), composante endogène du revenu qui dépend des actions passées de la succession de générations d'agents des deux types.  $A^t$  avec  $A > 1$  est un facteur de progrès technique exogène et  $k_0$  le niveau initial des connaissances de l'économie. Les agents offrant leur travail sur le même marché sont rémunérés au même taux de salaire égal à la productivité marginale :  $w_t = P M L_t$ . Compte tenu des poids respectifs des deux groupes, leurs rémunérations exprimées en part du revenu global valent respectivement,  $\epsilon Y_t$  et  $(1 - \epsilon) Y_t$ , car  $L_t = 1$  à l'équilibre.

### 2.2 L'environnement

On suppose qu'il existe un niveau maximal de pollution stockée  $S$  tel que s'il était atteint, il s'ensuivrait l'impossibilité pour les agents de subsister. On définit alors  $x_t$  comme le rapport du stock de pollution courant  $S_t$  au stock de pollution non viable  $S$  ( $x_t = S_t/S$ ), et dans ces conditions  $E_t = 1 - x_t$  mesure la qualité de l'environnement.<sup>3</sup> Les pollutions s'accumulent en fin de période comme suit :

$$S_{t+1} = S_t + p_t - d_t \quad \forall t \geq 0, \quad \text{avec } S_0 = 0 \quad (2)$$

$S_t$  est le stock hérité de la période précédente,  $p_t$  l'ensemble des émissions courantes associées aux consommations des deux groupes, et  $d_t$  leur effort conjugué de dépollution au bénéfice de la génération suivante — à travers la séquence suivante :  $\uparrow d_t \Rightarrow \downarrow S_{t+1} \Rightarrow \downarrow x_{t+1} \Rightarrow \uparrow E_{t+1} \Rightarrow \uparrow Y_{t+1}$ , d'après (1) et (2). Ainsi, sans distinguer ici "écologistes" et "consuméristes", on est dans la situation où chaque génération considérée globalement ne bénéficie pas de ses efforts en dépollution, lesquels ne profitent directement qu'à la suivante, de même que chacune bénéficie de ceux de ses parents le long d'une chaîne de solidarité intergénérationnelle.

Avant de caractériser les agents, nous donnons la décomposition des émissions globales de chaque génération suivant leur origine, et faisons de même pour la dépollution globale.

- Côté pollution, on a  $p_t = a(\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2)$ , où  $a$  est le taux d'émission par unité consommée, et  $(c_t^1, c_t^2)$  le couple de consommations des agents représentatifs des groupes 1 et 2 : écologiste et consumériste.

---

3. Observons que si  $E_t = 0$ , l'économie disparaît puisque  $Y_{t|E(t)=0} = 0$  d'après (1).

- Côté dépollution, on a  $d_t = \epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2$ , avec cette fois  $d_t^i$ , les niveaux de dépollution des agents représentatifs des deux groupes.

Dès lors, en utilisant  $E_{t+1} = 1 - x_{t+1}$  et la relation (2), on réécrit la qualité de l'environnement légué en  $t + 1$  comme suit :

$$E_{t+1} = E_t - \frac{a(\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2) - (\epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2)}{S} \quad (3)$$

### 2.3 Les agents et le gouvernement

A chaque date, les deux types d'agents diversement altruistes et constitutifs de chaque génération manifestent de l'intérêt pour leur consommation  $c_t^i$ ,  $i = \{1, 2\}$ , soit pour leur bien-être matériel, et pour la qualité de l'environnement léguée conjointement à la génération suivante,  $E_{t+1}$ . L'utilité de chaque agent représentatif est supposée log-linéaire :

$$U_t^i = \alpha_i \ln c_t^i + (1 - \alpha_i) \ln E_{t+1} \quad \forall t \geq 0, \quad \forall i = 1, 2 \quad (4)$$

avec  $\alpha_i \in ]0, 1[$  et  $1 - \alpha_1 > 1 - \alpha_2$ , puisque les écologistes sont plus sensibles à la qualité de l'environnement légué que les consommateurs. Ainsi, les paramètres  $1 - \alpha_i$  mesurent les degrés d'altruisme respectifs des groupes, puisque  $E_{t+1}$  influence le revenu de la génération à venir (cf. (1)), et non de celle qui met globalement en oeuvre la dépollution  $d_t$  (ou  $\epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2$ ) permettant de léguer  $E_{t+1}$ .

L'utilité du gouvernement (ou utilité sociale) est la somme pondérée des utilités des agents représentatifs de chaque groupe :

$$U_t^G = \phi U_t^1 + (1 - \phi) U_t^2 \quad \forall t \geq 0 \quad (5)$$

avec  $\phi \in ]0, 1[$ . Les poids  $\phi$  et  $1 - \phi$  peuvent valoir les masses  $\epsilon$  et  $1 - \epsilon$ , mais le gouvernement pourra sous certaines conditions sur-pondérer l'un des groupes.

## 3 Équilibre de laissez-faire et allocation du gouvernement

De façon générale, l'altruisme se manifeste à travers l'arbitrage que chaque génération fait globalement de son revenu, entre consommation polluante d'une part, et dépollution au bénéfice des descendants de l'autre.

### 3.1 L'équilibre décentralisé

Le programme de l'agent représentatif du groupe  $i = \{1, 2\}$  de la génération née en  $t$  est :

$$\begin{aligned} \max_{c_t^i, E_{t+1}} \quad & U_t^i = \alpha_i \ln c_t^i + (1 - \alpha_i) \ln E_{t+1} \\ \text{s.c.} \quad & \begin{cases} c_t^i + d_t^i = w_t \\ E_{t+1} = E_t - \frac{a(\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2) - (\epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2)}{S} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

En notant à l'aide des contraintes de budget des deux agents qu'on a, (i),  $\epsilon d_t^1 = \epsilon w_t - \epsilon c_t^1$  et, (ii),  $(1 - \epsilon)d_t^2 = (1 - \epsilon)w_t - (1 - \epsilon)c_t^2$ , on a donc  $\epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2 = w_t - (\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2)$ . Et puisque les rendements internes sont constants, on a  $\epsilon d_t^1 + (1 - \epsilon)d_t^2 = Y_t - (\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2)$ . On peut donc réécrire le second argument des utilités comme suit :  $E_{t+1} = E_t - \left[ \frac{(1 + a)(\epsilon c_t^1 + (1 - \epsilon)c_t^2) - Y_t}{S} \right]$ . Cette

réécriture de  $E_{t+1}$  agrège les deux contraintes initiales du programme de chaque agent et permet de re-formuler leurs programmes. Ainsi, pour  $i = \{1,2\}$ , on a :

$$\max_{c_t^i} U_t^i = \alpha_i \ln c_t^i + (1 - \alpha_i) \ln \left( E_t - \left[ \frac{(1+a)(\epsilon c_t^1 + (1-\epsilon)c_t^2) - Y_t}{S} \right] \right) \quad (7)$$

Les solutions intérieures des programmes des agents représentatifs des groupes 1 et 2 conduisent à des fonctions de réaction de leurs niveaux de consommation  $c_t^i$  — et implicitement de leurs niveaux de dépollution  $d_t^i$  — du type :  $c_t^i = f(\cdot, c_t^j)$  pour  $\{i,j\} = \{1,2\}$ ,  $i \neq j$ . On vérifie qu'elles sont additives, et en les combinant avec les contraintes de budget des deux groupes, on parvient aux solutions d'équilibre de *laissez-faire*. Ainsi, à l'équilibre décentralisé, les niveaux de consommation des agents représentatifs, ainsi que la qualité de l'environnement légué résultant de leurs arbitrages non coordonnés valent :

$$\begin{cases} c_{td}^1 = \frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{td}}{\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \\ c_{td}^2 = \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{td}}{1-\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \\ E_{t+1d} = \frac{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2}{1-\alpha_1\alpha_2} E_{td} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \end{cases} \quad (8)$$

où la lettre  $d$  en indice indique qu'on est dans le cas décentralisé. Ces résultats sont obtenus en supposant bien sûr des niveaux de dépollution positifs, ou encore des consommations inférieures aux revenus :  $d_{td}^i \geq 0$  ou  $c_{td}^i \leq w_t \forall i = \{1,2\}$ . En utilisant (1) et (8), on observe que respecter une telle contrainte pour 1 et 2 revient à avoir respectivement,

$$\frac{k_0}{S} \geq \frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{\epsilon(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)-\alpha_1(1-\alpha_2)} \frac{1}{A^t} \quad \text{et} \quad \frac{k_0}{S} \geq \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{(1-\epsilon)(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)-\alpha_2(1-\alpha_1)} \frac{1}{A^t},$$

en notant que la condition initiale posée sur la valeur de  $\epsilon$  (cf. 2.1) garantit que les dénominateurs des membres droites sont positifs.

Or, il est évident qu'il est plus difficile de respecter ces contraintes en 0, puisque  $A > 1$ , et que le fait de respecter l'une n'implique pas qu'on respecte l'autre. Aussi, pose-t-on finalement :

$$\frac{k_0}{S} \geq \max \left[ \frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{\epsilon(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)-\alpha_1(1-\alpha_2)} ; \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{(1-\epsilon)(1+a)(1-\alpha_1\alpha_2)-\alpha_2(1-\alpha_1)} \right]$$

### 3.2 L'allocation centralisée

Le programme du gouvernement consiste en la maximisation de l'utilité sociale (5), sous la contrainte d'allocation du revenu — donnée par  $Y_t = \epsilon(c_t^1 + d_t^1) + (1-\epsilon)(c_t^2 + d_t^2)$  —, et compte tenu de l'équation de la qualité de l'environnement légué (3). Formellement, le gouvernement de la date  $t$  résout le programme suivant :

$$\begin{aligned} & \max_{c_t^1, c_t^2, d_t^1, d_t^2, E_{t+1}} U_t^G = \phi U_t^1 + (1-\phi) U_t^2 \\ \text{s.c.} & \begin{cases} Y_t = \epsilon(c_t^1 + d_t^1) + (1-\epsilon)(c_t^2 + d_t^2) \\ E_{t+1} = E_t - \frac{a(\epsilon c_t^1 + (1-\epsilon)c_t^2) - (\epsilon d_t^1 + (1-\epsilon)d_t^2)}{S} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

avec  $U_t^i = \alpha_i \ln c_t^i + (1 - \alpha_i) \ln E_{t+1}$  pour  $i = \{1,2\}$ . La résolution par la méthode de Lagrange conduit à l'allocation optimale suivante :

$$\begin{cases} c_{t_s}^1 = \frac{\phi}{\epsilon} \alpha_1 \frac{S}{1+a} E_{t_s} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \\ c_{t_s}^2 = \frac{1-\phi}{1-\epsilon} \alpha_2 \frac{S}{1+a} E_{t_s} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \\ E_{t+1_s} = [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)] E_{t_s} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right] \end{cases} \quad (10)$$

où la lettre  $s$  en indice indique qu'on est à l'optimum social de la période courante. Ces solutions donnent les consommations allouées optimalement par le gouvernement pour la pondération  $\phi$ ,  $1-\phi$  des utilités des groupes, ainsi que la qualité de l'environnement résultant de l'arbitrage implicite entre consommation et dépollution, soit entre consommation de la génération présente et qualité de l'environnement légué aux descendants. Observons l'importance des rapports entre les poids accordés aux deux groupes et leurs poids dans la population :  $\frac{\phi}{\epsilon}$  et  $\frac{1-\phi}{1-\epsilon}$ . On mesure le pouvoir qu'aurait le gouvernement s'il était un dictateur choisissant arbitrairement les poids  $\phi$ ,  $1-\phi$  relativement à  $\epsilon$ ,  $1-\epsilon$ . Par exemple, si  $\phi > \epsilon$ , le gouvernement opère un transfert de consommation et donc de bien-être matériel de l'agent 2, consommériste, vers l'agent 1, écologiste. De plus, comme  $\partial E_{t+1_s} / \partial \phi \geq 0$  (puisque  $1 - \alpha_1 > 1 - \alpha_2$ ), alors l'agent 1, plus sensible à l'environnement légué, enregistre également une hausse de bien-être (lié à sa motivation altruiste) avec toute hausse du rapport  $\phi/\epsilon$ . Néanmoins, en supposant que le gouvernement rende ses arbitrages après consultation des groupes, nous verrons quels transferts ou contrats sociaux résumés au choix de  $\phi$ ,  $1-\phi$ , pourront recevoir l'assentiment général.

Précisons enfin la condition à poser sur le rapport  $k_0/S$  si les agents consentaient à s'en remettre au gouvernement. La dépollution sociale ne pouvant être négative, ou encore l'ensemble des consommations excéder le revenu :  $\epsilon c_{t_s}^1 + (1 - \epsilon) c_{t_s}^2 \leq Y_t \forall t$ . Avec (1) et (10), on obtient la condition nécessaire et suffisante

$$\frac{k_0}{S} \geq \frac{\phi \alpha_1 + (1-\phi) \alpha_2}{(1+a) - (\phi \alpha_1 + (1-\phi) \alpha_2)} \frac{1}{A^t},$$

en notant qu'ici le dénominateur du membre de droite est toujours positif, quels que soient  $\phi$  et  $\alpha_i \in ]0,1[$  ( $i = 1,2$ ), puisque  $1 + a > 1$ .<sup>4</sup>

Par ailleurs, il est à nouveau clair que la date à laquelle il est le plus difficile de respecter cette contrainte est  $t = 0$ . Aussi, pose-t-on comme hypothèse structurelle du cas centralisé que :

$$\frac{k_0}{S} \geq \frac{\phi \alpha_1 + (1-\phi) \alpha_2}{(1+a) - (\phi \alpha_1 + (1-\phi) \alpha_2)}$$

### 3.3 Analyse comparative des cas centralisé et décentralisé

Procédons à la comparaison des niveaux de qualité environnementale léguée de génération en génération dans les cas centralisé et décentralisé. En l'occurrence, on fait la proposition suivante :

**Proposition 1** *Le niveau  $E_{t+1_d}$  de qualité de l'environnement légué dans le cas décentralisé est toujours inférieur au niveau  $E_{t+1_s}$  du cas centralisé quelle que soit la pondération  $\phi$ ,  $1-\phi$  choisie par le gouvernement.*

*Preuve.* Elle tient en trois points :

---

4. Ainsi, quand la gestion est déléguée à un gouvernement il est inutile de poser des conditions sur la taille des groupes  $\epsilon$  et  $1-\epsilon$  comme dans le cas décentralisé.

(i) A l'aide de (8) et (10) et compte tenu que  $[1 + A^t k_0/S]$  est un terme commun à  $E_{t+1d}$  et  $E_{t+1s}$ , on en conclut que comparer ces expressions se ramène à comparer :

$$\left[ \frac{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \right] E_{td} \quad \text{et} \quad [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)] E_{ts}$$

(ii) En notant alors le caractère récursif des suites  $E_{t+1d}$  et  $E_{t+1s}$ , on peut affirmer que pour montrer  $E_{t+1d} \leq E_{t+1s} \forall t$ , il suffit de montrer que l'on a  $E_{1d} \leq E_{1s}$ , soit :

$$\left[ \frac{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \right] E_{0d} \leq [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)] E_{0s}$$

(iii) En se rappelant enfin que  $E_{0d} = E_{0s} = 1$ , montrer la relation précédente quelque soit  $\phi$ , se ramène à prouver que :

$$\frac{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \leq \phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2) \quad \forall \phi$$

Cette inégalité est équivalente à :

$$\phi \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1 - \alpha_2} + \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2)}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \geq 0$$

Or, c'est toujours le cas, puisque  $\phi > 0$  et  $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$ .<sup>5</sup>

*Q.E.D*

Ainsi, quand le gouvernement procède à l'allocation des ressources en lieu et place des actions non coordonnées des deux groupes, on débouche à chaque génération sur un legs supérieur de qualité environnementale, quelle que soit la pondération  $\phi$ ,  $1 - \phi$  opérée.

## 4 Courbe environnementale à la Kuznets et soutenabilité des trajectoires de développement

Montrons que le développement met en exergue une relation environnement/developpement à la Kuznets dans les cas décentralisé et centralisé : la qualité de l'environnement se dégrade pendant un certain temps, avant qu'un mouvement contraire ne survienne. Nous faisons alors le lien avec la notion de développement durable au sens de Pezzey (1989).

### 4.1 Courbe à la Kuznets dans le cas décentralisé

De la qualité de l'environnement légué issue du processus non coordonné telle qu'elle figure en (8), on peut trouver la date  $t_d^e$  à partir de laquelle la qualité de l'environnement s'améliore continûment. En l'occurrence on fait la proposition suivante :

**Proposition 2** *La date à partir de laquelle la qualité de l'environnement s'améliore continûment est donnée par  $t_d^e = \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1 \alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2} \right] / \ln A$ . Ainsi, on a  $E_{t+1d} \geq E_{td} \forall t \geq t_d^e$ .*

*Preuve.* Sur la base de la relation (8), on a :

$$E_{t+1d} \geq E_{td} \Leftrightarrow \frac{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \frac{S + A^t k_0}{S} \geq 1$$

Après quelques manipulations, il vient :

$$t \geq \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1 \alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2} \right] / \ln A = t_d^e$$

*Q.E.D*

Ainsi, l'environnement peut se dégrader durablement avant qu'un mouvement d'amélioration continue ne s'enclenche. Observons de surcroît que la date  $t_d^e$  du retournement est :

- croissante du stock de pollution non viable  $S$  — cf.  $\partial t_d^e / \partial S \geq 0$ . Plus ce niveau est élevé, plus faible apparaît à chaque génération le risque de l'atteindre, et donc plus faibles sont leurs

---

5. Si le résultat est immédiat sous l'hypothèse  $\alpha_2 > \alpha_1$ , il reste vrai quelque soit l'ordonnancement des  $\alpha_i$ .



efforts de dépollution. Or, obtenir  $S$  étant impossible —  $E_{t+1_d}$  n'atteint jamais 0 compte tenu des utilités —, il s'ensuit que ces efforts réduits repousseront d'autant la date à partir de laquelle l'environnement s'améliorera.

- décroissante des niveaux d'altruisme  $1 - \alpha_i$  des agents — cf. note<sup>6</sup>. En effet, plus les groupes sont altruistes, plus leurs efforts pour léguer une qualité de l'environnement élevée  $E_{t+1_d}$  sont grands et donc plus la date du retournement survient rapidement.
- décroissante du facteur de progrès technique  $A$  — cf.  $\partial t_d^e / \partial A \leq 0$ . Un progrès technique plus élevé favorise l'obtention plus rapide du point de retournement. C'est un moyen classique d'améliorer la qualité environnementale des produits, à la place de leur augmentation quantitative. On tient ici, avec le niveau de l'altruisme intergénérationnel — au demeurant indispensable —, une explication du phénomène évoqué de courbe environnementale à la Kuznets.
- décroissante du niveau des connaissances initiales  $k_0$  — cf.  $\partial t_d^e / \partial k_0 \leq 0$ . Plus le niveau initial des connaissances humaines est élevé, plus cela permet d'avancer le point de retournement vers des niveaux de qualité de l'environnement meilleurs.

## 4.2 Courbe à la Kuznets dans le cas centralisé

De l'environnement légué  $E_{t+1_s}$  dans le cas centralisé — cf. (10) —, on obtient la date  $t_s^e$  à partir de laquelle l'environnement s'améliore continûment. En l'occurrence, on fait la proposition suivante :

**Proposition 3** *La date à partir de laquelle l'environnement s'améliore continûment dans le cas centralisé est  $t_s^e = \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{1 - (\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2))}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)} \right] / \ln A$ . Ainsi, on a  $E_{t+1_s} \geq E_{t_s} \forall t \geq t_s^e$ .*

*Preuve.* Sur la base de la relation (10), on a :

$$E_{t+1_s} \geq E_{t_s} \Leftrightarrow [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)] \left[ \frac{S + A^t k_0}{S} \right] \geq 1$$

Après quelques manipulations, on en déduit :

$$t \geq \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{1 - (\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2))}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)} \right] / \ln A = t_s^e$$

Q.E.D

Notons alors les deux points suivants :

- En centralisé, et pour les mêmes raisons qu'en décentralisé, l'amélioration de l'environnement survient d'autant plus tardivement que  $S$  est élevé, et que  $A$ ,  $k_0$  ou encore les degrés d'altruisme  $1 - \alpha_i$ , sont faibles. Les dérivées de  $t_s^e$  par rapport à ces arguments sont directes, sauf par rapport aux degrés d'altruisme — cf. note<sup>7</sup>.
- S'agissant enfin du lien propre au cas centralisé entre  $t_s^e$  et  $\phi$ , on a :

$$\frac{\partial t_s^e}{\partial \phi} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\ln A} \frac{1}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2) - [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)]^2} < 0 \text{ car } \alpha_1 < \alpha_2$$

Les écologistes étant plus altruistes ( $1 - \alpha_1 > 1 - \alpha_2$ ), si le gouvernement augmente leur poids  $\phi$  dans l'utilité sociale, la date  $t_s^e$  du retournement favorable de l'environnement avance, puisqu'il en résulte un effort social en dépollution supérieur à chaque date.

---

6. On a  $\frac{\partial t_d^e}{\partial \alpha_i} = \frac{1}{\ln A} \frac{1 - \alpha_j}{1 - \alpha_i} \frac{1}{\alpha_i(1 - \alpha_j) + \alpha_j(1 - \alpha_i)}$ , avec  $\{i, j\} = \{1, 2\}$  et  $i \neq j$ . On a alors bien  $\frac{\partial t_d^e}{\partial \alpha_i} \geq 0 \forall i$  puisque  $A > 1$  et  $(\alpha_i, \alpha_j) \in ]0, 1[$ . Et par conséquent  $\frac{\partial t_d^e}{\partial (1 - \alpha_i)} \leq 0$ .

7. Donnons les dérivées de  $t_s^e$  par rapport à  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . On a  $\frac{\partial t_s^e}{\partial \alpha_1} = \frac{\phi}{\ln A} \chi$  et  $\frac{\partial t_s^e}{\partial \alpha_2} = \frac{1 - \phi}{\ln A} \chi$ , où  $\chi = \frac{1}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2) - [\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)]^2}$ . Or, comme  $\phi$  et  $\alpha_i \in ]0, 1[$ , alors  $\chi \geq 0$ , et comme  $A > 1$ , nécessairement  $\ln A > 0$ . Il s'ensuit que  $\partial t_s^e / \partial \alpha_i \geq 0 \forall i$  et donc finalement que  $\partial t_s^e / \partial (1 - \alpha_i) \leq 0 \forall i$ .

### 4.3 Analyse comparative des cas centralisé et décentralisé

On peut faire la proposition suivante :

**Proposition 4** On a  $t_s^e \leq t_d^e$  car  $E_{t+1_s} \geq E_{t+1_d} \forall t$  d'après la proposition 1.

*Preuve.* D'après les propositions 2 et 3, on a  $t_s^e \leq t_d^e$  ssi :

$$\frac{1 - (\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2))}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)} \leq \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2}$$

$$\text{ou } \phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2) \geq \frac{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2}{1 - \alpha_1\alpha_2}$$

Or, cette inégalité étant vraie quelque soit  $\phi$  (cf. preuve de la proposition 1),  $t_s^e$  précède donc toujours  $t_d^e$ . Q.E.D

La date ( $t_s^e$ ) à laquelle l'environnement connaît une évolution favorable dans le cas centralisé précède toujours celle ( $t_d^e$ ) à laquelle ce mouvement survient en *laissez-faire*. Leur différence est d'autant plus marquée que le gouvernement pondère l'utilité du groupe écologiste. Ces retournements favorables se produisent néanmoins si les degrés d'altruisme ne sont pas trop faibles. Ainsi :

**Proposition 5** Si  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$ ,<sup>8</sup> alors pour des valeurs finies de  $A$ ,  $S$  et  $k_0$  la qualité de l'environnement ne parvient jamais à s'améliorer. On a :

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} t_d^e = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} t_s^e = +\infty$$

*Preuve.*

Preuve de la première limite. Observons que la limite de  $t_d^e$  donné avant n'est pas définie ( $\frac{0}{0}$ ) quand  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$ . On cherche alors celle de  $\exp[t_d^e]$ , à savoir :

$$\exp \left[ \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \right] / \ln A \right] = \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \right]^{\frac{1}{\ln A}}$$

Or, comme  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$ , on peut écrire que  $1 > \alpha_2 = (1 + m)\alpha_1 > \alpha_1 \rightarrow 1$  avec  $m \rightarrow 0$ , et donc :

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} \exp[t_d^e] = \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \right]^{\frac{1}{\ln A}}$$

$$\equiv \lim_{\alpha_1 \rightarrow 1, m \rightarrow 0} \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1(2+m) - 2\alpha_1^2(1+m)}{1 - \alpha_1(2+m) + \alpha_1^2(1+m)} \right]^{\frac{1}{\ln A}}$$

Pour des valeurs finies de  $A > 1$ ,  $S$  et  $k_0$ , trouver la limite précédente revient à trouver celle du membre entre crochets. Avec la règle de L'Hospital, on a :

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} \exp[t_d^e] \equiv \lim_{\alpha_1 \rightarrow 1, m \rightarrow 0} \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\partial[\alpha_1(2+m) - 2\alpha_1^2(1+m)] / \partial \alpha_1}{\partial[1 - \alpha_1(2+m) + \alpha_1^2(1+m)] / \partial \alpha_1} \right]$$

$$= \lim_{\alpha_1 \rightarrow 1, m \rightarrow 0} \left[ \frac{S}{k_0} \frac{-[4(1+m)\alpha_1 - (2+m)]}{2(1+m)\alpha_1 - (2+m)} \right] = +\infty$$

Or, si la limite de  $\exp[t_d^e]$  tend vers l'infini quand les degrés d'égoïsme  $\alpha_i$  tendent vers 1, alors nécessairement  $t_d^e = +\infty$ .

Preuve de la seconde limite. Pour des valeurs finies de  $A > 1$ ,  $k_0$ ,  $S$  et pour  $\phi \in ]0,1[$ , on a :

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} t_s^e = \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1} \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{1 - (\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2))}{\phi(1 - \alpha_1) + (1 - \phi)(1 - \alpha_2)} \right] / \ln A = +\infty$$

Q.E.D

---

8. On synthétise par  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$  le double cas limite  $\alpha_1 \rightarrow 1$  et  $\alpha_2 \rightarrow 1$  car nous avons posé au départ  $\alpha_1 < \alpha_2$ .

Ainsi quand les niveaux d'altruisme  $1 - \alpha_i$  tendent vers 0, la date du retournement favorable de la qualité de l'environnement —  $t_d^e$  dans le cas décentralisé,  $t_s^e$  dans le cas centralisé —, survient à l'infini, donc jamais. L'altruisme intergénérationnel est donc indispensable à un retournement favorable de l'environnement et à l'apparition d'une relation *à la* Kuznets, sans quoi, même des niveaux élevés de progrès technique —  $A > 1$  — ne modifieraient pas la conclusion précédente. Ainsi, faut-il au moins que le groupe écologiste manifeste un taux d'altruisme suffisamment différent de zéro ( $1 - \alpha_1 > 0$ ), pour obtenir ce retournement favorable.

Dans les sous-sections qui viennent, nous établissons quand et sous quelles conditions, les dynasties écologiste et consumériste atteignent un développement durable au sens de Pezzey (1989). C'est-à-dire tel que l'utilité de l'agent représentatif de chaque groupe suive une trajectoire où au moins à partir d'une certaine date, on assiste à la non décroissance de l'utilité d'une génération à l'autre. En résumé, on cherche les dates  $t^{1*}$  et  $t^{2*}$  telles que  $U_{t+1}^i \geq U_t^i \forall t \geq t^{i*}$  pour  $i = \{1,2\}$ .<sup>9</sup> Nous traitons comme avant des cas décentralisé et centralisé, puis procédons à leur analyse comparative.

#### 4.4 Soutenabilité dans le cas décentralisé

Donnons les dates  $t_d^{i*}$  pour  $i = \{1,2\}$ , telles que  $U_{t+1d}^i \geq U_{td}^i \forall t \geq t_d^{i*}$ , où l'indice  $d$  indique qu'on traite à nouveau le cas décentralisé. En l'occurrence, on fait la proposition suivante :

**Proposition 6** *Les dates  $t_d^{1*}$  et  $t_d^{2*}$  à partir desquelles l'utilité de chacun des deux agents est croissante d'une génération l'autre sont les mêmes,  $t_d^{1*} = t_d^{2*}$ , et valent précisément :  $t_d^e - 1$ , où  $t_d^e$  est donnée dans la proposition 2. Ainsi,  $\forall i = \{1,2\}$  on a  $U_{t+1d}^i \geq U_{td}^i \forall t \geq t_d^e - 1$ .*

*Preuve.* Elle tient aux points suivants :

1/ La fonction exponentielle étant monotone croissante, comparer les utilités à deux dates successives revient à comparer  $\exp[U_{t+1d}^i]$  et  $\exp[U_{td}^i]$ . En raison de la forme log-linéaire des utilités, alors  $\forall i = \{1,2\}$  on comparera :

$$c_{t+1d}^i \alpha_i E_{t+2d}^{1-\alpha_i} \quad \text{et} \quad c_{td}^i \alpha_i E_{t+1d}^{1-\alpha_i}$$

Il vient alors pour  $i = \{1,2\}$  :

$$U_{t+1d}^i \geq U_{td}^i \Leftrightarrow \frac{c_{t+1d}^i}{c_{td}^i} \geq \left[ \frac{E_{t+1d}}{E_{t+2d}} \right]^{\frac{1-\alpha_i}{\alpha_i}}$$

2/ En utilisant les résultats donnés en (8) cela revient :

– pour l'agent de type 1, à :

$$\frac{\frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{t+1d}}{\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right]}{\frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{td}}{\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]} \geq \left[ \frac{E_{t+1d}}{\frac{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2}{1-\alpha_1\alpha_2} E_{t+1d} \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right]} \right]^{\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}}$$

– pour l'agent de type 2, à :

$$\frac{\frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{t+1d}}{1-\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right]}{\frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{1-\alpha_1\alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{td}}{1-\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]} \geq \left[ \frac{E_{t+1d}}{\frac{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2}{1-\alpha_1\alpha_2} E_{t+1d} \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right]} \right]^{\frac{1-\alpha_2}{\alpha_2}}$$

---

9. L'astérisque figurant en exposant signifie qu'on s'intéresse à l'évolution de l'utilité des agents, par opposition au cas où on se cantonnait à l'évolution de l'environnement, repéré alors par la lettre  $e$  en exposant.

3/ Or, ces deux inégalités se ramènent toutes deux à :<sup>10</sup>

$$\frac{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2}{1-\alpha_1\alpha_2} \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right] \geq 1$$

On en déduit alors que  $U_{t+1d}^i \geq U_{td}^i \forall i = \{1,2\}$  pour toute date :

$$t \geq \left[ \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1+\alpha_2-2\alpha_1\alpha_2}{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2} \right] / \ln A \right] - 1 = t_d^{i*} (= t_d^e - 1) \forall i$$

Ainsi a-t-on bien  $t_d^{1*} = t_d^{2*} = t_d^e - 1$ .

*Q.E.D*

L'explication de  $t_d^{i*} = t_d^e - 1$ , c'est-à-dire que le retournement de l'utilité des deux dynasties précède d'une période la date du retournement favorable de l'environnement tient au fait que les agents sont tous altruistes et valorisent la qualité de l'environnement léguée, donc future. Aussi, dès l'instant que cette qualité vient à connaître une évolution favorable en  $t_d^e$ , alors l'utilité des agents de la génération née en  $t_d^e - 1$  connaît une évolution favorable. Enfin, comme  $t_d^{i*}$  et  $t_d^e$  sont linéairement dépendantes, le retournement de l'utilité des deux dynasties sera également plus ou moins rapproché suivant la valeur des paramètres  $A$ ,  $S$ ,  $k_0$ , et suivant les degrés d'altruisme  $1 - \alpha_i$ .

#### 4.5 Soutenabilité dans le cas centralisé

Donnons la date  $t_s^*$  à partir de laquelle l'utilité sociale, c'est-à-dire l'utilité du gouvernement représentant les parties, est croissante. L'indice  $s$  indique à nouveau qu'on traite le cas centralisé. On fait la proposition suivante :

**Proposition 7** *La date  $t_s^*$  à partir de laquelle l'utilité sociale est croissante d'une génération l'autre vaut  $t_s^e - 1$ , où  $t_s^e$  est donnée dans la proposition 3. Ainsi, on a  $U_{t+1}^G \geq U_t^G \forall t \geq t_s^e - 1$ .*

*Preuve.* Elle tient aux points suivants :

1/ D'abord, compte tenu de (5) on a :

$$U_{t+1}^G \geq U_t^G \Leftrightarrow \phi U_{t+1s}^1 + (1-\phi) U_{t+1s}^2 \geq \phi U_{ts}^1 + (1-\phi) U_{ts}^2$$

Il s'ensuit, en utilisant (4), que :

$$U_{t+1}^G \geq U_t^G \Leftrightarrow \left[ \frac{c_{t+1s}^1}{c_{ts}^1} \right]^{\alpha_1\phi} \left[ \frac{c_{t+1s}^2}{c_{ts}^2} \right]^{\alpha_2(1-\phi)} \geq \left[ \frac{E_{t+1s}}{E_{t+2s}} \right]^{\phi(1-\alpha_1)+(1-\phi)(1-\alpha_2)}$$

2/ En utilisant alors les résultats de l'allocation centralisée donnés en (10), on réécrit les rapports  $c_{t+1s}^i/c_{ts}^i$  pour  $i = \{1,2\}$  comme des fonctions du rapport  $E_{t+1s}/E_{ts}$ .

3/ Compte tenu de 1/ et 2/, et sachant que  $\frac{E_{t+1s}}{E_{ts}} = [\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2)] \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]$  grâce à (10), on a :

$$U_{t+1}^G \geq U_t^G \Leftrightarrow [\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2)] \left[ 1 + \frac{A^{t+1}k_0}{S} \right] \geq 1$$

Soit en fin de compte,  $U_{t+1}^G \geq U_t^G$  pour toute date :

$$t \geq \left[ \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{1-(\phi(1-\alpha_1)+(1-\phi)(1-\alpha_2))}{\phi(1-\alpha_1)+(1-\phi)(1-\alpha_2)} \right] / \ln A \right] - 1 = t_s^* (= t_s^e - 1)$$

Ainsi a-t-on bien  $t_s^* = t_s^e - 1$ .

*Q.E.D*

---

10. On y parvient en simplifiant d'abord les expressions en question et en ré-utilisant (8), en particulier :  $\frac{E_{t+1d}}{E_{td}} = \frac{1-(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2}{1-\alpha_1\alpha_2} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]$ .

Notons alors les trois points suivants :

- Comme dans le cas décentralisé, le retournement favorable de l'utilité sociale est conditionné par celui de la qualité de l'environnement, puisque  $t_s^*$  et  $t_s^e$  sont linéairement dépendants. Et le fait que le retournement de l'utilité sociale survienne une période avant celui de la qualité de l'environnement,  $t_s^* = t_s^e - 1$ , provient là aussi du fait que les agents sont altruistes et éprouvent de l'intérêt pour la qualité de l'environnement futur.
- Par ailleurs, la date  $t_s^*$  à laquelle survient ce retournement définitif dépend des mêmes paramètres et conditions initiales que la date  $t_s^e$ . Ainsi  $t_s^*$  arrivera notamment d'autant plus vite que les degrés d'altruisme seront élevés ou que le poids accordé au groupe écologiste sera fort.
- Les résultats obtenus quant à l'évolution de l'utilité sociale sont conditionnels. Il faut que les groupes veuillent se soumettre au choix d'une pondération  $\phi$ ,  $1 - \phi$  par le gouvernement, soit à un certain contrat social. Nous reviendrons en section 5 sur le choix de contrats socialement acceptables, étant entendu que la solution sociale domine globalement toujours la solution de *laissez-faire*.

#### 4.6 Analyse comparative des cas centralisé et décentralisé

D'abord, indiquons que lorsque les niveaux d'altruisme intergénérationnel  $1 - \alpha_i$  tendent vers 0, alors les dates de retournement de l'utilité des dynasties 1 et 2 vers des niveaux meilleurs —  $t_d^{1*} = t_d^{2*}$  dans le cas décentralisé,  $t_s^*$  dans le cas centralisé —, surviennent à l'infini, donc jamais (voir proposition 5).

Par ailleurs, notons que la date du retournement favorable de l'utilité sociale précède celle, commune aux deux types d'agents, du retournement favorable de leur utilité dans le cas décentralisé. En effet, compte tenu de la proposition 4 ( $t_s^e \leq t_d^e$ ) et sachant que  $t_d^{i*} = t_d^e - 1 \forall i$  et  $t_s^* = t_s^e - 1$ , on a :  $t_s^* \leq t_d^{1*} = t_d^{2*}$ .

Il s'ensuit qu'à chaque date on a :

$$\begin{aligned}
 U_t^G &\geq \epsilon U_{t_d}^1 + (1 - \epsilon) U_{t_d}^2 \\
 \Leftrightarrow \phi U_t^1(c_{t_s}^1, E_{t+1_s}) + (1 - \phi)U_t^2(c_{t_s}^2, E_{t+1_s}) \\
 &\geq \epsilon U_t^1(c_{t_d}^1, E_{t+1_d}) + (1 - \epsilon) U_t^2(c_{t_d}^2, E_{t+1_d})
 \end{aligned}$$

Ce résultat ne signifie cependant pas qu'écologistes et consommateurs veuillent se soumettre à n'importe quel contrat, c'est-à-dire à n'importe quelle pondération  $\phi$ ,  $1 - \phi$  du gouvernement. En effet, si on a  $E_{t+1_s} \geq E_{t+1_d} \forall t$  (proposition 1), et si on vient de voir que  $t_s^* \leq t_d^{1*} = t_d^{2*}$ , on n'a néanmoins pas la certitude qu'à toute date  $c_{t_s}^i \geq c_{t_d}^i \forall i$ . Il n'est donc pas sûr que les utilités  $U_{t_s}^i$  de chaque agent représentatif dérivant du cadre centralisé soient systématiquement supérieures aux utilités  $U_{t_d}^i$  découlant du cas décentralisé. En effet, les calculs du gouvernement — et donc les résultats donnés en (10) —, intègrent une pondération des groupes qui peut s'avérer léser par trop l'un des deux relativement à ce qu'il obtiendrait seul, hors contrat social. Ainsi, les deux groupes ne gagnant pas à se soumettre à n'importe quel contrat, nous mettrons en lumière dans la section suivante un contrat susceptible de recevoir l'assentiment général.

## 5 Analyse du bien-être, équité intergénérationnelle et contrats sociaux

### 5.1 Analyse des trajectoires de développement en termes de bien-être

Nous procédons à nouveau à une analyse des trajectoires de développement en termes de bien-être, et donc à l'analyse de leur soutenabilité, mais en ajoutant une nouvelle dimension. Nous comparons les trajectoires qui ressortent de la présence des deux types d'agents diversement altruistes — celles sur lesquelles nous nous sommes attardés jusqu'ici —, avec celles qui ressortiraient de situations où il n'y aurait qu'un type d'agents : les écologistes ou les consuméristes. L'idée est de comparer ce que ferait chaque groupe s'il était seul — considérant que cela reflète ses propres goûts —, avec ce qu'il fait en présence de l'autre type. Nous montrons alors les deux aspects suivants : (i), sans surprise, s'il ne devait y avoir que les écologistes, plus altruistes, alors la date du retournement favorable de l'utilité précéderait celle où il y a les deux types d'agents ; (ii), plus étonnant, s'il ne devait y avoir que les consuméristes — moins altruistes —, et bien là-aussi, la date du retournement favorable de l'utilité précéderait également celle obtenue en présence des deux types. En d'autres termes, la présence d'agents peu altruistes et d'autres qui le sont beaucoup plus, conduit à un résultat pire que s'il n'y a que les moins altruistes ! Conséquence : la mixité retarderait le retournement favorable de l'environnement et de l'utilité dans le temps.

Avant d'en venir à ces résultats, précisons que dans le cas où il n'y a que les écologistes, on note  $\hat{t}^{1*}$  la date à laquelle s'opère le retournement favorable de l'utilité des générations dans le temps. Dans le cas où il n'y a que les consuméristes, on la note  $\hat{t}^{2*}$ .<sup>11</sup> De même, on note  $\hat{t}^{1e}$  et  $\hat{t}^{2e}$  les dates auxquelles s'opère le retournement favorable de l'environnement dans les cas où il n'y aurait respectivement, que les écologistes, ou que les consuméristes. Enfin, comme on a vu que lorsqu'il y a les deux types, la date du retournement favorable de leur utilité dans le cas décentralisé leur est commune,  $t_d^{i*} = t_d^e - 1 \forall i$ , on notera désormais cette date  $t_d^*$ , sans distinction. On fait alors la proposition suivante :

**Proposition 8** *La date  $t_d^*$  à laquelle s'opère conjointement le retournement favorable de l'utilité des deux dynasties dans le cas décentralisé excède les dates  $\hat{t}^{1*}$  et  $\hat{t}^{2*}$  auxquelles s'opère ce retournement dans les cas où il n'y aurait, respectivement, que des écologistes ou que des consuméristes. Alors que la date  $t_s^*$  à laquelle s'opère le retournement de l'utilité sociale dans le cas centralisé est intercalée entre les dates  $\hat{t}^{1*}$  et  $\hat{t}^{2*}$ , et ce quelle que soit la pondération  $\phi$ ,  $1 - \phi$  à chaque période. On a donc :  $\hat{t}^{1*} < t_s^* < \hat{t}^{2*} \leq t_d^*$ .*

*Preuve.* Procédons en deux temps :

A — Notons d'abord les points A.1 à A.4 suivants.

A.1/ Si on ne doit avoir que des agents écologistes, on a alors :<sup>12</sup>

$\hat{E}_{t+1}^1 = (1-\alpha_1)\hat{E}_t^1 [1 + A^t k_0/S]$ . On en déduit donc que  $\hat{E}_{t+1}^1/\hat{E}_t^1 \geq 1$  si  $t \geq \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} \right] / \ln A = \hat{t}^{1e}$ , et par analogie avec le cas à deux agents, que  $\hat{U}_{t+1}^1/\hat{U}_t^1 \geq 1$  si  $t \geq \hat{t}^{1e} - 1 = \hat{t}^{1*}$ .

11. Notons que s'il n'y a qu'un type d'agents, il n'y a plus de cas centralisé et décentralisé. Il n'y a donc pas de gouvernement mais seulement l'agent représentatif.

12. Les résultats A.1 et A.2 s'obtiennent à partir de ceux obtenus avec deux agents. Pour les dériver, il suffit d'ôter de ceux trouvés avec les deux, tout ce qui manifeste la présence du second type. Par exemple, pour les résultats découlant de la présence du seul type 1, ôter les expressions contenant  $\alpha_2$  puisque  $\epsilon = 1$ .

A.2/ Si on ne doit avoir que des agents consuméristes, on a alors :

$\widehat{E}_{t+1}^2 = (1-\alpha_2)\widehat{E}_t^2 [1 + A^t k_0/S]$ . Par analogie, on a que  $\widehat{E}_{t+1}^2/\widehat{E}_t^2 \geq 1$  si  $t \geq \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} \right] / \ln A = \widehat{t}^{2e}$  et donc que  $\widehat{U}_{t+1}^2/\widehat{U}_t^2 \geq 1$  si  $t \geq \widehat{t}^{2e} - 1 = \widehat{t}^{2*}$ .

A.3/ Quand on est en présence des deux types d'agents en proportions  $\epsilon$  et  $1-\epsilon$ , alors quelque soit l'agent  $i = \{1,2\}$ , on a dans le cas décentralisé — cf. propositions 2 et 6 :

$$U_{t+1d}^i/U_{td}^i \geq 1 \text{ si } t \geq t_d^e - 1 = t_d^*, \text{ où } t_d^e = \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \right] / \ln A$$

A.4/ Enfin, si l'on considère les résultats obtenus par délégation à un gouvernement représentant les deux types, on a — cf. proposition 7 :

$$U_{t+1}^G/U_t^G \geq 1 \text{ si } t \geq t_s^e - 1 = t_s^*, \text{ où } t_s^e = \ln \left[ \frac{S}{k_0} \frac{1 - (\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2))}{\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2)} \right] / \ln A$$

B — On peut alors procéder à l'établissement des résultats de la proposition par comparaison des points A.1 à A.4.

B.1/ D'abord, à l'aide de  $A_{3-4}$ , rappelons que  $t_s^* \leq t_d^*$ , puisque comme on l'indiquait en section 4.6 on a  $t_s^* = t_s^e - 1$  et  $t_d^* = t_d^e - 1$ , d'une part, et  $t_s^e \leq t_d^e$  d'après la proposition 4, d'autre part.

B.2/ Ensuite, avec  $A_{1-2}$ , notons que  $\widehat{t}^{i*}$  étant croissant avec  $\alpha_i \forall i$ , alors nécessairement, puisque  $\alpha_1 < \alpha_2$ , on a  $\widehat{t}^{1*} < \widehat{t}^{2*}$ .

B.3/ Pour montrer que  $\forall i = \{1,2\}$ , on a  $\widehat{t}^{i*} \leq t_d^*$ , il faut montrer avec  $A_{1-2-3}$ , qu'on a respectivement :

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} \leq \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \text{ avec } A_{1-3} \text{ et } \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} \leq \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2} \text{ avec } A_{2-3}.$$

Comme  $\alpha_1 < \alpha_2$ , posons  $\alpha_2 = (1+m)\alpha_1$ , avec  $m > 0$  tel que  $\alpha_i \in ]0,1[ \forall i$ . Les deux inégalités précédentes se ramènent alors à voir si on a respectivement :

$$2 \frac{1+m/2 - (1+m)\alpha_1}{1 - (1+m)\alpha_1} \geq 1 \quad \text{et} \quad 2 \frac{1+m/2 - \alpha_2}{1+m - \alpha_2} \geq 1.$$

La première inégalité est toujours vraie — et même strictement —,  $\forall m > 0$  tel que  $1 - (1+m)\alpha_1 = 1 - \alpha_2 \in ]0,1[$ .

La seconde l'est aussi, en observant que la fraction  $[1 + m/2 - \alpha_2]/[1 + m - \alpha_2]$  est décroissante de  $\alpha_2$  et que  $\forall m > 0$ , on a :

$$\lim_{\alpha_2 \rightarrow 1} 2 \frac{1+m/2 - \alpha_2}{1+m - \alpha_2} = 1 \geq 1$$

Par conséquent, on a bien  $\widehat{t}^{1*} < t_d^*$  et  $\widehat{t}^{2*} \leq t_d^*$  suivant les paramètres.

B.4/ Pour montrer enfin que  $t_s^* \in ]\widehat{t}^{1*}, \widehat{t}^{2*}[$ , on utilise  $A_{1-4}$  et  $A_{2-4}$ , et on voit que  $\widehat{t}^{1*} < t_s^* < \widehat{t}^{2*}$  ssi :

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} < \frac{1 - [\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2)]}{[\phi(1-\alpha_1) + (1-\phi)(1-\alpha_2)]} < \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}$$

Soit finalement si :

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} < \frac{[\phi\alpha_1 + (1-\phi)\alpha_2]}{1 - [\phi\alpha_1 + (1-\phi)\alpha_2]} < \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}$$

Cette double inégalité tient ssi on a respectivement :

$$\alpha_1 < [\phi\alpha_1 + (1 - \phi)\alpha_2] \quad \text{et} \quad [\phi\alpha_1 + (1 - \phi)\alpha_2] < \alpha_2$$

Or ces inégalités sont nécessairement respectées, puisque  $\phi$  appartient à  $]0,1[$  et  $\alpha_1 < \alpha_2$ . On a donc bien  $\widehat{t}^{1*} < t_s^* < \widehat{t}^{2*}$ .

En résumé des points *B.1-B.4*, on a la séquence suivante des dates de retournement de l'utilité dans le temps suivant les cas envisagés : avec que les plus altruistes ( $\widehat{t}^{1*}$ ), que les moins altruistes ( $\widehat{t}^{2*}$ ), un mélange des deux en proportions  $\epsilon, 1 - \epsilon$ , lesquels agissent alors de façon décentralisée ( $t_d^*$ ), ou en gestion déléguée à un gouvernement maximisant l'utilité sociale ( $t_s^*$ ).

$$\widehat{t}^{1*} < t_s^* < \widehat{t}^{2*} \leq t_d^*$$

*Q.E.D*

Les résultats de la proposition 8 peuvent être représentés par les séquences d'utilités associées aux quatre configurations envisagées.

1/ S'il n'y a que les agents du type 1 — écologiste —, on a :

$$\widehat{U}_0^1 > \widehat{U}_1^1 > \widehat{U}_2^1 > \dots > \widehat{U}_{\widehat{t}^{1*}}^1 < \widehat{U}_{\widehat{t}^{1*}+1}^1 < \widehat{U}_{\widehat{t}^{1*}+2}^1 < \dots$$

2/ S'il n'y a que les agents du type 2 — consommériste —, on a :

$$\widehat{U}_0^2 > \widehat{U}_1^2 > \widehat{U}_2^2 > \dots > \widehat{U}_{\widehat{t}^{2*}}^2 < \widehat{U}_{\widehat{t}^{2*}+1}^2 < \widehat{U}_{\widehat{t}^{2*}+2}^2 < \dots$$

3/ S'il y a les deux types d'agents, alors  $\forall i$ , en *laissez-faire*, on a :

$$U_0^i > U_1^i > U_2^i > \dots > U_{t_d^*}^i < U_{t_d^*+1}^i < U_{t_d^*+2}^i < \dots$$

4/ Enfin, s'il y a les deux types en gestion déléguée, au plan social on a :

$$U_0^G > U_1^G > U_2^G > \dots > U_{t_s^*}^G < U_{t_s^*+1}^G < U_{t_s^*+2}^G < \dots$$

Les séquences 3-4 représentent ce que nous avons vu : le retournement favorable de l'utilité des dynasties intervient après quand les actions ne sont pas coordonnées par rapport à une gestion déléguée à un gouvernement, et ce quelle que soit la pondération des utilités des deux agents. Cependant en 4/, il est bien question de l'utilité du gouvernement à chaque date, c'est-à-dire d'une utilité sociale définie comme la moyenne pondérée des utilités de chaque agent par les poids  $\phi, 1 - \phi$  choisis par les gouvernements successifs. On constate alors que s'ils ne devaient pondérer pratiquement que les écologistes, alors la séquence des  $U_t^G$  tendrait à se confondre avec celle résultante de leur seule présence et donc à leur bénéfice puisque correspondant à leurs goûts :  $\phi \rightarrow 1 \Rightarrow (U_t^G, t) \rightsquigarrow (\widehat{U}_t^1, t)$  et  $t_s^* \rightsquigarrow \widehat{t}^{1*}$ . Inversement, si on avait  $1 - \phi \rightarrow 1$ , alors  $(U_t^G, t) \rightsquigarrow (\widehat{U}_t^2, t)$  et  $t_s^* \rightsquigarrow \widehat{t}^{2*}$ . Et quelle que soit la pondération, on obtiendrait dans le cas centralisé un retournement favorable de l'utilité sociale à une date  $t_s^*$  antérieure à la date  $t_d^*$  à laquelle se produirait le retournement conjoint de l'utilité des deux dynasties en *laissez-faire* — avec comme cas "extrêmes" :  $t_s^* \rightsquigarrow \widehat{t}^{2*} \leq t_d^*$  si  $\phi \rightarrow 0$  et  $t_s^* \rightsquigarrow \widehat{t}^{1*} \ll t_d^*$  si  $\phi \rightarrow 1$ . Or, s'il est évident que cela s'avérerait toujours positif du point de vue des générations futures considérées globalement, et ce d'autant plus que  $\phi \rightarrow 1$ , il reste que toutes les pondérations  $\phi, 1 - \phi$  ne seront pas acceptées à chaque date par les deux groupes. Pour envisager une issue centralisée, encore faudra-t-il qu'à chaque date, les utilités des agents représentatifs de chaque groupe et constitutives de l'utilité sociale  $U_t^G - U_{t_s}^1$  pondérée par  $\phi$  et  $U_{t_s}^2$  par  $1 - \phi$  — surpassent les niveaux  $U_{t_d}^1$  et  $U_{t_d}^2$  atteints en décentralisé. Ainsi verra-t-on ci-après (5.3) quels contrats sociaux ont la caractéristique de rapprocher chaque groupe de ce qu'il ferait seul — au bénéfice des générations futures —, mais aussi



tels que chaque génération d’agents hétérogènes trouvera un intérêt à s’y soumettre collectivement à chaque date.

Auparavant, abordons le problème d’équité intergénérationnelle posé par cette configuration d’agents hétérogènes par leur degré d’altruisme.

## 5.2 Discussion sur l’équité intergénérationnelle

La question posée est de savoir si oui ou non on peut invoquer une forme d’iniquité intergénérationnelle dans la situation envisagée ici.

Quand il n’y a qu’un type d’agents, il ne saurait être question d’iniquité entre générations. Toutes expriment en effet le même degré d’altruisme intergénérationnel — manifesté par le même désir de léguer une certaine qualité de l’environnement —, et donc toutes se comportent de la même façon. Il est alors difficile d’imputer aux unes ou aux autres la responsabilité particulière d’une dégradation durable de l’environnement et avec, la baisse continue du bien-être d’une succession de générations avant qu’un mouvement contraire ne s’opère. Il n’y a donc pas d’iniquité intergénérationnelle, la situation reflétant simplement l’altruisme insuffisant de chacune — Verchère (2002).

Quand on a une succession de générations hétérogènes, la situation semble *a priori* toute autre. La dynastie la plus altruiste — écologiste —, apparaît lésée par le comportement consumériste de l’autre. Par rapport au cas où la première constituerait seule la Société, et donc effectuerait des legs environnementaux supérieurs de manière à ce que le retournement favorable de l’utilité des générations intervienne plus rapidement, on inclinerait à penser que la présence de l’autre dynastie, moins altruiste, lui serait à elle seule dommageable — puisque différant la date du retournement favorable de l’utilité d’un nombre de périodes d’autant plus élevé que le second groupe est fortement égoïste. Aussi, si on avait  $\hat{t}^{1*} < t_d^* < \hat{t}^{2*}$ , on conclurait que la mixité léserait seule la dynastie la plus altruiste, à la fois en tant que donateur et comme héritière. On serait alors autorisé à invoquer une iniquité intergénérationnelle liée à la mixité, c’est-à-dire des parents du groupe le moins altruiste vis-à-vis des descendants du groupe qui l’est plus.

Le problème vient ici de ce qu’on a finalement  $\hat{t}^{1*} < \hat{t}^{2*} < t_d^*$  et non pas  $\hat{t}^{1*} < t_d^* < \hat{t}^{2*}$ . Autrement dit, la mixité joue au détriment des deux dynasties si on la compare aux résultats qui résulteraient de la présence unique de chacune dans la Société — puisque  $t_d^*$  est plus éloigné que  $\hat{t}^{1*}$  et  $\hat{t}^{2*}$ . Une explication tient à la présence de resquille. On peut néanmoins interpréter de deux façons un tel comportement, en distinguant deux cas de figure qui relèvent tous deux de comportements stratégiques, mais plus ou moins rationnels : (1), soit ils agissent en *passagers clandestins* naïvement, (2), soit rationnellement en réaction à un comportement attendu de l’autre. Entrons dans le détail, car les conclusions relatives à l’iniquité intergénérationnelle diffèrent.

- Dans le premier cas, chaque groupe peut naïvement espérer faire porter l’effort de dépollution sur l’autre : en augmentant ses propres émissions et en escomptant un “redoublement” de l’effort de l’autre pour pallier au surcroît de pollution qu’il a lui-même généré. La conséquence est une issue collectivement préjudiciable, en raison d’un comportement qui n’anticipe pas que l’autre a autant de raison d’en faire autant. Abstraction faite du problème moral, s’il semble stratégique d’essayer de se délester de ses propres efforts au détriment des autres, il reste que faire preuve d’autant de naïveté apparaît peu crédible.<sup>13</sup>

---

13. C’est cependant envisageable, les groupes ne vivant qu’une période il n’y a pas d’apprentissage.

- De fait, dans le second cas, la resquille n’est plus un comportement naïf comptant sur “la crédulité” de l’autre, mais une meilleure réponse à l’anticipation de resquille de l’autre, en tant que meilleure réponse à ses propres actions. Il est alors de *connaissance commune* que chacun a une incitation naturelle à resquiller en tant que meilleure réponse, et resquiller est la stratégie dominante. On débouche alors sur le seul équilibre stable, l’issue collectivement négative.

Si nous avons distingué ces deux cas, c’est parce qu’ils n’impliquent pas les mêmes conclusions quant à la présence ou non d’iniquité intergénérationnelle. En cas de resquille “naïve”, on serait tenté de dire qu’il y a une responsabilité partagée. Leur désir de léser l’autre au même titre que leur naïveté respective les laveraient paradoxalement d’une responsabilité particulière. En effet, les deux groupes seraient finalement tout autant responsables d’être aussi naïfs et d’espérer par un stratagème qu’ils pensent être seuls à manier, se délester de leurs responsabilité affichée envers le futur en comptant les faire reporter sur l’autre. Et chaque génération d’agents hétérogènes se comportant de la même façon, il ne serait alors pas possible de parler d’iniquité intergénérationnelle.

En revanche, si l’on dote les agents d’une rationalité plus développée, et donc que leur resquille s’explique comme meilleure réponse mutuelle, alors on peut ré-invoquer la responsabilité d’un groupe plus que l’autre ; et partant lui imputer la responsabilité d’une iniquité intergénérationnelle. En effet, ici, on peut se demander si le groupe le moins altruiste ne porte pas une responsabilité particulière qui le rendrait alors “coupable” d’iniquité intergénérationnelle. D’une certaine façon, que le groupe le plus altruiste resquille comme meilleure réponse (anticipée) n’apparaît pas si inconcevable si on garde à l’esprit qu’en tant que groupe le plus attentif à la qualité de l’environnement futur, il est intrinsèquement prêt à faire plus d’effort, ce qui profitera à ses enfants comme à ceux de l’autre dynastie. On tolérerait alors paradoxalement mieux que “fort de cet avantage éthique” il dévie un peu de ce qu’il ferait isolément. S’agissant en revanche du groupe consumériste, et donc moins attentif au futur qu’il lègue, on accepte moins d’un strict point de vue éthique qu’il adopte ce comportement, fût-ce en réaction optimale à l’anticipation d’un comportement similaire de l’autre ; car la conséquence est une issue collective d’autant plus préjudiciable, particulièrement au regard des descendants du groupe plus altruiste. Ainsi, resquiller quand on manifeste déjà un comportement qui lèse une partie des générations futures (celle constituée de l’autre dynastie) faute de motivation altruiste suffisante, apparaît éthiquement plus discutable que de resquiller quand on manifeste de meilleures intentions à l’endroit des générations futures.

Nous avons livré une discussion en nous plaçant sur le terrain éthique. Mais ces appréciations quant à la responsabilité “morale” de l’un ou l’autre groupe n’enlèvent rien au fait que les agents auront *in fine* des comportements stratégiques de déviation par rapport à ce qu’ils feraient seuls. Partant, on aura bien la situation où  $\hat{t}^{1*} < \hat{t}^{2*} < t_d^*$ . Dans la section qui vient, nous nous intéressons justement aux moyens qui permettraient aux groupes de s’entendre sur une solution coordonnée par un gouvernement en gestion déléguée. De sorte qu’à la fois le retournement favorable de l’utilité des dynasties sera avancé — et donc globalement favorable au futur —, mais également que chaque génération acceptera cette délégation de pouvoir, parce que bénéfique à chacun des groupes — donc à toutes les générations.

### 5.3 Définition et qualification d’un contrat social optimal

Voyons quel contrat — *i.e.* quelle pondération  $\phi$ ,  $1 - \phi$  de l’utilité des agents représentatifs de chaque groupe dans le cas centralisé —, est susceptible d’emporter les suffrages des deux groupes à chaque nouvelle génération. Un contrat social proposé par le gouvernement ne sera accepté que

s'il assure à chaque agent représentatif que sa situation sera au moins aussi bonne après, qu'avant la délégation de pouvoir. C'est-à-dire si  $U_{t_s}^i \geq U_{t_d}^i \forall i = \{1,2\}, \forall t$ . Ainsi, on doit trouver les conditions telles que :

– d'une part,

$$\begin{aligned} U_{t_s}^1 &= U_t^1(c_{t_s}^1, E_{t+1_s}) \geq U_{t_d}^1 = U_t^1(c_{t_d}^1, E_{t+1_d}) \quad \forall t \\ \Leftrightarrow \alpha_1 \ln c_{t_s}^1 + (1 - \alpha_1) \ln E_{t+1_s} &\geq \alpha_1 \ln c_{t_d}^1 + (1 - \alpha_1) \ln E_{t+1_d} \quad \forall t, \end{aligned}$$

avec  $c_{t_s}^1, E_{t+1_s}$  donnés en (10), et  $c_{t_d}^1, E_{t+1_d}$  en (8).

– et d'autre part,

$$\begin{aligned} U_{t_s}^2 &= U_t^2(c_{t_s}^2, E_{t+1_s}) \geq U_{t_d}^2 = U_t^2(c_{t_d}^2, E_{t+1_d}) \quad \forall t \\ \Leftrightarrow \alpha_2 \ln c_{t_s}^2 + (1 - \alpha_2) \ln E_{t+1_s} &\geq \alpha_2 \ln c_{t_d}^2 + (1 - \alpha_2) \ln E_{t+1_d} \quad \forall t, \end{aligned}$$

avec  $c_{t_s}^2, E_{t+1_s}$  donnés en (10), et  $c_{t_d}^2, E_{t+1_d}$  en (8).

Si on procède à l'intégration des grandeurs  $c_{t_s}^i$  et  $E_{t+1_s}$ , telles qu'elles figurent en (10), dans  $U_{t_s}^i$ , et de  $c_{t_d}^i$  et  $E_{t+1_d}$ , données en (8), dans  $U_{t_d}^i$ , on réécrit la double inégalité  $U_{t_s}^i \geq U_{t_d}^i$  pour  $i = \{1,2\}$  sous la forme d'un système tel qu'il existe *implicitement* une pondération  $\phi, 1 - \phi$  telle que chaque groupe ait intérêt à déléguer la gestion et le financement de la dépollution à un gouvernement à chaque date. *A contrario*, on ne peut donner la forme explicite du contrat  $\phi, 1 - \phi$  tel que ces deux inégalités soient vérifiées.

Aussi, à défaut de livrer des classes de contrats explicites et générales, au moins peut-on en proposer un qui permette à chaque date d'atteindre l'optimum social, et avec, d'avancer la date du retournement favorable de l'utilité des deux dynasties au bénéfice de l'ensemble des générations.

Pour cela, observons que  $\forall i = \{1,2\}$ ,  $U_{t_s}^i$  et  $U_{t_d}^i$  dépendent respectivement toutes deux et à même hauteur  $(1 - \alpha_i)$  de  $E_{t+1_s}$  et  $E_{t+1_d}$ . De même, elles dépendent à même hauteur  $\alpha_i$ , respectivement de  $c_{t_s}^i$  et de  $c_{t_d}^i$ . Or d'après la proposition 1, on sait que quelle que soit la pondération retenue, on a  $E_{t+1_s} \geq E_{t+1_d} \forall t$ . De fait, une condition valable et suffisante pour avoir  $U_{t_s}^i \geq U_{t_d}^i \forall i = \{1,2\}$ ,<sup>14</sup> serait que  $c_{t_s}^i = c_{t_d}^i \forall i, \forall t$ .

On fait alors la proposition suivante :

**Proposition 9** *Les agents représentatifs des groupes 1 et 2 accepteront une gestion déléguée si la pondération  $\phi, 1 - \phi$  qu'il opère entre les utilités de chacun pour gagner la solution optimale est du type :  $\bar{\phi} = \frac{1 - \alpha_2}{2 - (\alpha_1 + \alpha_2)}$ , où les  $\alpha_i$  reflètent les degrés d'égoïsme respectifs.*

*Preuve.* En admettant le principe de  $c_{t_s}^i = c_{t_d}^i \forall i, \forall t$  comme condition suffisante, on a alors le système suivant — cf (8) et (10) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{c_{t_s}^1}{c_{t_d}^1} = 1 \Leftrightarrow \frac{\phi \alpha_1 \frac{S}{1+a} \frac{E_{t_s}}{\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]}{\frac{\alpha_1 (1 - \alpha_2)}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{t_d}}{\epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]} = 1 \\ \frac{c_{t_s}^2}{c_{t_d}^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{(1 - \phi) \alpha_2 \frac{S}{1+a} \frac{E_{t_s}}{1 - \epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]}{\frac{\alpha_2 (1 - \alpha_1)}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \frac{S}{1+a} \frac{E_{t_d}}{1 - \epsilon} \left[ 1 + \frac{A^t k_0}{S} \right]} = 1 \end{array} \right.$$

14. Cette condition est un peu excessive mais est imposée par le fait qu'on ne peut trouver une condition strictement suffisante sur  $\phi$ .

Après simplification, le système se ramène à :

$$\frac{\phi}{1-\alpha_2} = \frac{E_{td}}{E_{ts}} \frac{1}{1-\alpha_1\alpha_2} = \frac{1-\phi}{1-\alpha_1}$$

Et de  $\frac{\phi}{1-\alpha_2} = \frac{1-\phi}{1-\alpha_1}$ , on déduit que  $\bar{\phi} = \frac{1-\alpha_2}{2-(\alpha_1+\alpha_2)}$ , et on observe que pour  $\alpha_i \in ]0, 1[$ , on a bien  $\bar{\phi} \in ]0, 1[$ . Q.E.D

Ainsi, selon les degrés d'égoïsme  $\alpha_1, \alpha_2$  des deux groupes, on a les valeurs  $\bar{\phi}$  et  $1 - \bar{\phi}$ , que le gouvernement doit leur attribuer pour qu'ils aient mutuellement intérêt à laisser ce dernier gérer à leur place l'attribution des fonds entre ce qui doit être consommé (impliquant une pollution) et ce qui doit aller à la dépollution. L'intérêt d'un tel contrat est d'être à la fois bénéfique aux agents de chaque génération qui s'y soumet, mais aussi de profiter à chaque nouvelle génération, par l'intermédiaire de legs environnementaux plus élevés — cf. (1). De fait, c'est l'ensemble des générations qui est gagnant, et pas seulement celles qui bénéficient du retournement anticipé de l'utilité dans le temps.

Avant de conclure, procédons à l'analyse qualitative du contrat, en donnant les limites de  $\bar{\phi}$ , ainsi que quelques résultats de statique comparative.

(1), Commençons par le calcul des limites de  $\bar{\phi}$  quand  $\alpha_1$  et/ou  $\alpha_2$  tendent vers 0 ou 1, en rappelant au préalable que nous sommes dans le cas où  $\alpha_1 < \alpha_2$ , ce qui amène à distinguer deux cas :

- (1.a) Calculer la limite de  $\bar{\phi}$  quand  $\alpha_1 \rightarrow 0$  ou quand  $\alpha_2 \rightarrow 1$ , toutes choses égales par ailleurs, n'impose aucune réserve. En effet, dans le premier cas, on a toute liberté quant à la valeur de  $\alpha_2$ , puisqu'elle doit simplement être strictement supérieure à  $\alpha_1$ , donc à 0. De même, dans le second cas, calculer la limite de  $\bar{\phi}$  quand  $\alpha_2$  tend vers 1, n'amène aucune contrainte quant à la valeur de  $\alpha_1$  qui peut prendre toutes des valeurs de  $]0, 1[$ . Les limites non contraintes par  $\alpha_1 < \alpha_2$  sont alors :

$$1/ \lim_{\alpha_1 \rightarrow 0} \bar{\phi} = \frac{1-\alpha_2}{2-\alpha_2} \in ]0, 1/2[ \quad \text{et} \quad 2/ \lim_{\alpha_2 \rightarrow 1} \bar{\phi} = 0^+$$

Explication de la première limite : si le degré d'altruisme du groupe 1 est quasi total ( $1-\alpha_1 \rightarrow 1$ ), alors le seul accord tenable que le gouvernement puisse proposer est d'attribuer une part  $\bar{\phi}$  au premier groupe, allant de  $0^+$ , si le second groupe s'avère quant à lui très égoïste ( $\alpha_2 \rightarrow 1$ ), jusqu'à un demi au maximum, si le second groupe est également très altruiste. En effet, si le groupe 1 est très altruiste ( $1-\alpha_1 \rightarrow 1$ ), donc très soucieux de l'environnement futur et non de sa consommation, et que l'autre groupe est très égoïste ( $\alpha_2 \rightarrow 1$ ), il apparaît normal que le groupe 1 concède à l'autre une pondération  $1 - \bar{\phi}$  quasi totale, car le gain qu'il en attend surclassera de toute façon les pertes qu'il subirait en l'absence d'accord, du fait de l'indifférence totale du second groupe vis-à-vis du futur. A l'inverse, si le groupe 2 s'avère presque aussi altruiste que le premier ( $1-\alpha_2 \rightarrow 1-\alpha_1 \rightarrow 1$ ), alors il est cohérent que leurs parts soient *quasi* identiques :  $\bar{\phi} = 1/2^- \rightarrow 1 - \bar{\phi} = 1/2^+$ , avec encore un infime avantage au groupe 2, moins altruiste.

Explication de la seconde limite : si le groupe 2 s'avérait totalement égoïste ( $\alpha_2 \rightarrow 1$ ), alors quel que soit le degré d'égoïsme du groupe 1, il faudrait quand même attribuer tout le poids dans le contrat au groupe 2 : ainsi, on aurait  $1 - \bar{\phi} \rightarrow 1$  ou  $\bar{\phi} \rightarrow 0$ . En effet, si le groupe 1 était quant à lui très altruiste, alors il concéderait à laisser une part quasi totale à l'autre groupe pour la même raison que précédemment : il gagnerait quand même à se plier au contrat plutôt que de subir, en altruiste pur, les conséquences d'une non coordination avec un égoïste pur. Enfin, si les agents 1 et 2 s'avéraient presque aussi égoïstes ( $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$ ), alors en raison de  $\alpha_1 < \alpha_2$ , signe d'un

égoïsme quand même un peu moins fort de l'agent 1, celui-ci concéderait à voir sa part réduite à presque rien dans le contrat, lequel, même décrit par le couple  $\bar{\phi} \equiv 0^+$ ,  $1 - \bar{\phi} \equiv 1^-$ , resterait Pareto-dominant.

- (1.b) Calculer les limites de  $\bar{\phi}$  quand  $\alpha_1 \rightarrow 1$  ou quand  $\alpha_2 \rightarrow 0$  impliquent, compte tenu de la contrainte  $\alpha_1 < \alpha_2$ , que dans le premier cas, on ait aussi  $\alpha_2 \rightarrow 1$ , et dans le second, on ait également  $\alpha_1 \rightarrow 0$ . Néanmoins,  $\alpha_2$  l'emportant sur  $\alpha_1$ , on calcule d'abord la limite par rapport à  $\alpha_2$  puis par rapport à  $\alpha_1$  dans les deux cas considérés. On a alors :

$$1/ \lim_{\alpha_2 \rightarrow 1} \bar{\phi} = \frac{0}{1-\alpha_1} = 0 \quad \forall \alpha_1 < \alpha_2$$

$$\text{et } 2/ \lim_{\alpha_2 \rightarrow 0} \bar{\phi} = \frac{1}{2-\alpha_1} = \frac{1}{2} \quad \text{car } \alpha_1 \rightarrow 0 \text{ aussi.}$$

L'interprétation de ces limites a implicitement été donnée au point précédent. En effet, la contrainte  $\alpha_2 > \alpha_1$  amenant à traiter *in fine* les limites de  $\bar{\phi}$  quand  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$  et quand  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 0$ , on a alors déjà expliqué pour quelles raisons on devait avoir, respectivement,  $\bar{\phi} \rightarrow 0$  et  $\bar{\phi} \rightarrow 1/2$ .

(2), Venons-en maintenant aux résultats de statique comparative, en notant les points (2.a-e) suivants.

(2.a) A degré d'égoïsme du groupe 2 inchangé, si le groupe 1 devait enregistrer une hausse du sien, il faudrait alors que le gouvernement pondère davantage son utilité dans le contrat social, sans quoi il y renoncerait et préférerait faire cavalier seul —  $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \alpha_1} = \frac{1-\alpha_2}{[2-(\alpha_1+\alpha_2)]^2} \geq 0$ .

(2.b) Inversement, à niveau d'égoïsme inchangé du groupe 1, si le groupe 2 devient encore plus égoïste, il faut là-aussi accroître sa part pour le faire adhérer au contrat —  $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \alpha_2} = -\frac{1-\alpha_1}{[2-(\alpha_1+\alpha_2)]^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{\partial(1-\bar{\phi})}{\partial \alpha_2} \geq 0$ .

(2.c) Il est alors intéressant de voir ce que le gouvernement doit faire si les deux agents augmentent leur degré d'égoïsme d'une même variation. Or, la différentielle totale de  $\bar{\phi}$  est donnée par :  $d\bar{\phi} = \frac{(1-\alpha_2)d\alpha_1 - (1-\alpha_1)d\alpha_2}{[2-(\alpha_1+\alpha_2)]^2}$ . Il vient que pour  $d\alpha_1 = d\alpha_2 \equiv d\alpha \geq 0$ , on a  $d\bar{\phi} = \frac{(\alpha_1-\alpha_2)d\alpha}{[2-(\alpha_1+\alpha_2)]^2} \leq 0$ , puisque  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Ceci confirme l'intuition : pour une même hausse des degrés d'égoïsme, le gouvernement choisira de baisser la part  $\phi$  du groupe le plus altruiste au bénéfice du plus égoïste afin de lui faire accepter le contrat, même si c'est discutable au plan éthique. Le gouvernement donnera donc priorité à la satisfaction des consommateurs en cas de baisse conjointe de l'altruisme.

(2.d) Sur la base de la différentielle totale de  $\bar{\phi}$ , on peut ajouter que  $d\bar{\phi} = 0$  si  $\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} = \frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_2}$ . Ce qui signifie puisqu'on a  $\frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_2} > 1$ , qu'à parts  $\bar{\phi}$ ,  $1-\bar{\phi}$  données et inchangées dans le contrat ( $d\bar{\phi} = 0$ ), alors à toute augmentation du degré d'égoïsme du groupe 2 ( $d\alpha_2 > 0$ ), le groupe 1 doit répondre par une hausse plus que proportionnelle du son degré d'égoïsme :  $d\alpha_1 = \frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_2} d\alpha_2 > d\alpha_2$ . En d'autres termes, si à une date quelconque et toutes choses égales par ailleurs, le degré d'altruisme du groupe 2 devait baisser, alors le maintien de l'accord en des termes identiques passerait par une baisse supérieure du degré d'altruisme du groupe écologiste.

(2.e) Enfin, donnons les dérivées croisées de  $\bar{\phi}$ .

On a  $\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{[2-(\alpha_1+\alpha_2)]^3} < 0$  car  $\alpha_1 < \alpha_2$  et  $\alpha_i \in ]0,1[$ . On peut alors se livrer à deux interprétations complémentaires suivant que l'on raisonne à partir de  $\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} < 0$ , ou de  $\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} < 0$ .

– A partir de  $\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} < 0$ , on peut faire l’interprétation suivante. On sait que  $\bar{\phi}'_{\alpha_1} \geq 0$ , c’est-à-dire qu’à une hausse du degré d’égoïsme du groupe 1, se rapprochant en cela du groupe 2, le gouvernement répond par une hausse de sa part dans le contrat. De fait,  $\bar{\phi}''_{\alpha_1 \alpha_2} < 0$  signifie que la réponse du gouvernement, en termes de pondération du groupe 1, suite à une hausse de son degré d’égoïsme, va *décroissante* avec des niveaux plus élevés d’égoïsme du groupe 2. Il apparaît cohérent que pour des niveaux croissants d’égoïsme des consommateurs, la part  $\bar{\phi}$  que le gouvernement accorde dans le contrat social aux écologistes doit augmenter si leur égoïsme  $\alpha_1$  s’accroît toutes choses égales par ailleurs ( $\bar{\phi}'_{\alpha_1} \geq 0$ ), mais de plus en plus faiblement pour une même hausse de  $\alpha_1$  quand  $\alpha_2$  est plus élevé ( $\bar{\phi}''_{\alpha_1 \alpha_2} < 0$ ).

– A partir de  $\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} < 0$  l’interprétation est du même ordre, mais par l’intermédiaire du groupe consommériste et de sa part  $1 - \bar{\phi}$  dans le contrat. On sait que  $\bar{\phi}'_{\alpha_2} \leq 0 \Leftrightarrow (1 - \bar{\phi})'_{\alpha_2} \geq 0$ , c’est-à-dire qu’à une hausse de l’égoïsme du groupe 2, s’éloignant un peu plus du groupe 1, le gouvernement répond par une hausse de sa part dans le contrat. De fait,  $\bar{\phi}''_{\alpha_2 \alpha_1} < 0 \Leftrightarrow (1 - \bar{\phi})''_{\alpha_2 \alpha_1} > 0$  signifie que la réponse à apporter en termes de pondération du groupe 2, à une hausse de son degré d’égoïsme  $\alpha_2$ , va *croissante* avec des niveaux plus élevés d’égoïsme du groupe 1. Et c’est ce qui explique que lorsque les deux agents sont très égoïstes ( $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow 1$ ), le contrat social recevant l’assentiment général met tout le poids sur le groupe 2, et presque rien sur le groupe 1 ( $\bar{\phi} \rightarrow 0^+$ ).

Nous avons ainsi donné et qualifié un contrat tel que le bien-être de chaque groupe soit amélioré à chaque nouvelle génération. Il est clair qu’il existe une classe de contrats moins restrictive que celui-ci, mais cela n’enlève rien au fait que ce dernier Pareto-domine aussi les actions non coordonnées des agents.

## 6 Conclusion

Le *Rapport Brundtland* de 1987 a affirmé l’idée assez générale que le développement économique devait “permettre aux générations présentes de répondre à leurs besoins sans compromettre la capacité des générations futures de répondre aux leurs”. Une lecture souple de ce principe — trop pourrait-on craindre — serait de tolérer des processus de développement qui placent l’économie sur des trajectoires où après un certain temps et un certain niveau de dégradations, on déboucherait sur un retour vers des niveaux de qualité de l’environnement meilleurs, un peu à la manière de ce qu’illustre la “Courbe Environnementale à la Kuznets”.

En conjuguant altruisme et hétérogénéité, cet article apporte une contribution à la littérature sur le développement durable et l’équité intergénérationnelle. Nous avons considéré que des agents de types différents manifestaient de l’intérêt pour l’environnement légué, en proportions variées, et qu’abstraction faite de la satisfaction morale qu’ils en tiraient, ils n’en bénéficiaient pas. Nous avons alors montré que la qualité de l’environnement enregistrait une évolution en forme de “U”, en corrélation avec le niveau de revenu mais dont l’origine revenait bien à l’altruisme intergénérationnel. A la relation environnement/développement à la Kuznets on a alors vu qu’était associé pour chaque groupe (ou chaque dynastie) un sentier d’utilité révélant également un point de retournement au delà duquel les générations successives — tous types confondus — bénéficiaient de niveaux de bien-être croissants. En outre, les dates auxquelles ces retournements surviennent sont croissantes avec le stock de pollution non viable  $S$ , ainsi qu’avec les niveaux “d’égoïsme”  $\alpha_i$ , et décroissantes avec le facteur de progrès technique  $A$  et les connaissances initiales de l’économie  $k_0$ . Par ailleurs, quand un gouvernement procède à l’allocation des ressources, on débouche sur

une qualité de l’environnement légué plus élevée d’une période l’autre, et les dates auxquelles l’environnement et l’utilité sociale connaissent une évolution favorable précèdent celles du *laissez-faire*. Mais ces retournements favorables se produisent seulement si l’altruisme du groupe écologiste n’est pas trop faible. Sans quoi, puisque  $1-\alpha_1 > 1-\alpha_2$ , si  $1-\alpha_1$  tend à s’annuler, ils ne se produisent jamais.

Ensuite, nous avons vu que les efforts conjugués des deux groupes en matière de préservation de l’environnement induisaient un legs aux descendants — tous types confondus —, qui ne correspondait à aucun des niveaux que chaque groupe aurait souhaité pour ses propres descendants. Mais surtout, phénomène apparemment plus paradoxal, la date à laquelle s’opérerait le retournement favorable de la qualité de l’environnement se produirait à un horizon plus éloigné quand on est présence d’“écologistes” et de “consoméristes”, que lorsqu’il n’y a que les “consoméristes”, pourtant les moins altruistes de tous ! L’introduction d’hétérogénéité au niveau de l’altruisme amène donc un résultat surprenant puisqu’il est question d’altruisme, mais qui tient à la dimension bien public pur de l’environnement. Nous avons alors livré deux interprétations et expliqué dans quelle mesure cette situation reposait la question de l’équité intergénérationnelle, évacuée dans le cadre avec un seul type d’agents. Ici, les agents agissent en *passagers clandestins*, et nous avons alors distingué deux comportements possibles : de la resquille *naïve* ou de la resquille *rationnelle*. Dans le premier cas, on a alors conclu qu’il n’y avait pas de responsabilité d’un groupe plus que l’autre. Leur naïveté et malhonnêteté *communes* leur épargne une responsabilité *particulière*, et chaque génération considérée globalement reproduisant la même issue collectivement néfaste à chaque date, elles portent toutes la même responsabilité vis-à-vis du futur, de sorte que toutes sont également responsables sur l’horizon infini de l’économie. En revanche, si leurs comportements s’expliquent comme des meilleures réponses, on a indiqué que la resquille du groupe le moins altruiste semblait plus “a-morale”, en regard des descendants de l’autre groupe, auxquels il fait déjà subir les conséquences de son altruisme plus réduit.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la façon dont un gouvernement pourrait proposer un contrat social, tel qu’à chaque génération les deux groupes aient intérêt à lui déléguer la gestion de l’allocation des ressources. Précisément, à défaut de donner des classes de contrats générales, a-t-on proposé et qualifié un contrat qui permette d’atteindre l’optimum social statique — et *ispo facto* d’avancer la date du retournement favorable de l’utilité des deux dynasties au bénéfice général de l’ensemble des générations. En effet, un tel contrat entre les composantes écologiste et consumériste de la Société profite à chacune d’elles, et donc à chaque génération considérée globalement, puisqu’elles bénéficient d’un niveau d’utilité plus élevé. Mais en plus, conséquence du point précédent, un nombre plus important de générations voient leur utilité croître par rapport à celle de leurs parents, conséquence de l’avancement induit de la date de retournement de l’utilité dans temps. C’est le résultat original de cet article : un développement durable à la Pezzey émerge toujours à partir d’une certaine date dès l’instant qu’on est en présence d’altruisme — respectant *a minima* la recommandation *Brundtland* de ne pas compromettre définitivement l’avenir —, mais en plus, il survient d’autant plus vite qu’on coordonne au sein d’un contrat social les actions des agents, fussent-ils altruistes. Et ce parce que leur inclination naturelle à dévier demeure toujours, qu’elle soit naïve ou rationnelle, condamnable ou plus défendable. Ainsi, avons-nous fait apparaître les effets induits à long terme d’une meilleure coordination des actions de chaque groupe, lesquels sont généralement uniquement montrés dans un cadre statique. L’intérêt dans notre cas étant d’avancer le moment favorable où, en lien direct avec l’idée de courbe environnementale à la Kuznets, on gagnera un développement durable — au sens économique et environnemental, et non seulement une croissance exclusivement tournée vers des niveaux croissants de consommation. Au

risque alors d'avoir des niveaux également continûment croissants de pollution qui impliqueraient, on peut l'imaginer, des pertes croissantes de bien-être.

Ajoutons une dernière remarque conclusive. Nous avons ignoré l'emploi de programmes de planification sociale en raison de la difficulté d'interpréter en termes intergénérationnels des résultats qui ressortent avant tout de la résolution, par un agent *fictif*, d'un programme courant sur horizon infini. La présence ici de deux groupes sociaux a renforcé notre parti de n'étudier que les dynamiques d'équilibres qui ressortent de la résolution par des agents mortels, de programmes d'optimisation courant sur leur seule durée de vie. La raison a tenu aux difficultés qui s'ajoutent quand on est en présence d'hétérogénéité, avec deux groupes dont les agents représentatifs ont des préférences bien *distinctes* — difficultés techniques ou non.

(i) D'abord il faudrait définir aujourd'hui un taux d'escompte social moyen de l'utilité sociale à chaque date, du type  $\mu = \lambda\theta_1 + (1-\lambda)\theta_2$ , comme chez Zagonari (1998). Cela reviendrait à travailler avec deux planificateurs se soumettant à l'autorité d'un troisième qui leur serait supérieur en tant que représentant de l'intérêt général — celui des générations successives et faut-il le souhaiter, des deux dynasties. Ceci supposerait néanmoins que l'on puisse fonder les facteurs de pondérations  $\lambda$  et  $1-\lambda$  sur un élément tangible : leurs poids démographiques respectifs par exemple, ou leurs rapports de pouvoir comme chez Zagonari (1998). Néanmoins dans ces deux cas, et peut-être plus encore dans le second, se poserait la question de la pertinence du fondement même de ces pondérations. En effet, aussi bien les rapports de pouvoir des deux groupes que leurs poids démographiques n'ont aucune raison de demeurer figés dans le temps. Comment définir alors *aujourd'hui* un taux d'escompte moyen sur la base de tels rapports, sachant qu'il engage l'économie et les dynasties jusqu'à la fin des temps, et alors même que d'ici là, ces rapports auront évolué?

(ii) Ensuite, il faudrait pouvoir décentraliser l'optimum social intergénérationnel. Cela signifie trouver les mécanismes qui permettent à une économie fonctionnant en régime de *laissez-faire* de reproduire les comportements allocatifs du planificateur social entre générations, mais également tels que les groupes sociaux composant chaque génération n'aient plus d'incitation à faire défection, ce qui amènerait l'économie à quitter sinon la trajectoire optimale.<sup>15</sup> Ainsi, faut-il pouvoir mettre en place une procédure qui remédie au risque de déviation intrapériodique ou intragénérationnelle, puisqu'en régime de *laissez-faire*, les groupes composant chaque génération conservent une incitation à dévier.

A supposer que ces problèmes trouvent une solution, il serait en effet intéressant d'étudier ce que donnerait la mise en place d'un programme d'optimisation sociale entre les deux dynasties d'agents, via la coopération de leurs représentants planificateurs. Ce programme aurait donc une double dimension, intra-et-intergénérationnelle. Le cas échéant, l'emploi d'un tel programme qui prendrait en compte l'utilité des générations futures renforcerait la dimension altruiste de leurs arbitrages, puisqu'elles le sont déjà par nature, via les deux composantes de chaque génération. L'intérêt serait notamment de voir à quel niveau, en cas d'altruisme insuffisant de chaque dynastie conduisant à une tendance insoutenable, il faudrait éventuellement fixer le taux d'escompte moyen  $\mu$  pour contrarier les effets aggravants des comportements de resquille de chaque groupe. En effet, si en présence d'altruisme insuffisant des deux dynasties la tendance à la baisse de l'utilité apparaît naturelle, il reste qu'elle est aggravée par les comportements de resquille de chacun. Or, puisqu'en cas de resquille *rationnelle* — et non *naïve* —, le comportement des moins altruistes apparaît éthiquement plus condamnable, une intervention en faveur du futur visant à compenser

---

15. Chen (1997) a proposé une procédure de négociation entre deux pays, mais en se plaçant directement à l'état stationnaire et pour l'infinité de générations qui y demeureront.



les effets de ce comportement sur la dynastie la plus altruiste apparaîtrait légitime. En effet, les générations de la dynastie écologiste sont lésées au point qu'elles devraient pouvoir demander à escient réparation de cette iniquité intergénérationnelle d'origine intragénérationnelle, aggravée par la resquille stratégique mais répréhensible de l'autre dynastie. Dans le fond, elles devraient même pouvoir demander compensation dans le cas où l'altruisme serait suffisant pour permettre aux deux dynasties de connaître un développement durable dès le départ. Et ceci devrait en théorie pouvoir passer par une manipulation du taux d'escompte  $\mu$ , en supposant que le planificateur puisse jouer sur les poids  $\lambda$ ,  $1 - \lambda$  ou à défaut, qu'il mette en place les transferts nécessaires d'une dynastie à l'autre. Nous réservons cela à des recherches futures.

## Références

- BRUNDTLAND G. [1987], *Our Common Future (Sous la Dir. de Mme)*, World Commission on Environment and Development, Oxford University Press, New York.
- CAPLAN A., ELLIS C. et SILVA E. [1999], «Winners and Losers in a World with Global Warming: Noncooperation, Altruism, and Social Welfare», *Journal of Environmental Economics and Management*, 37, pp. 256–271.
- CHEN Z. [1997], «Negotiating an Agreement on Global Warming: A Theoretical Analysis», *Journal of Environmental Economics and Management*, 32, pp. 170–188.
- JOHN A. et PECCHENINO R. [1997], «International and Intergenerational Environmental Externalities», *The Scandinavian Journal of Economics*, 99 (3), pp. 371–387.
- JOUVET P., MICHEL P. et PESTIEAU P. [2000a], «Altruism, Voluntary Contributions and Neutrality: The Case of Environmental Quality», *Economica*, 67 (268), pp. 465–476.
- JOUVET P., MICHEL P. et VIDAL J. [2000b], «Intergenerational Altruism and the Environment», *The Scandinavian Journal of Economics*, 100 (1), pp. 135–150.
- LI C. et LÖFGREN K. [2000], «Renewable Resources and Economic Sustainability: A Dynamic Analysis with Heterogenous Time Preferences», *Journal of Environmental Economics and Management*, 40, pp. 236–250.
- MUIR E. [1996], «Intra-generational Wealth Distributional Effects in Global Warming Cost Benefit Analysis», *Journal of Income Distribution*, 6 (2), pp. 193–214.
- PEZZEY J. [1989], «Economic Analysis of Sustainable Growth and Sustainable Development», *Environment Department Working Paper N°15, The World Bank, Washington DC*.
- SELDEN T. et SONG D. [1994], «Environmental Quality and Development: Is There a Kuznets Curve for Air Pollution Emissions?», *Journal of Environmental Economics and Management*, 27, pp. 147–162.
- STERN D. et COMMON M. [2001], «Is There an Environmental Kuznets Curve for Sulfur?», *Journal of Environmental Economics and Management*, 41, pp. 162–178.
- VERCHÈRE A. [2002], «L'altruisme intergénérationnel comme fondement commun de la courbe environnementale à la Kuznets et du développement durable», *BETA, Document de Travail N°2002-15, Université Louis Pasteur, Strasbourg*.
- VERCHÈRE A. [2003], «Développement durable et rapports Nord-Sud dans un modèle à générations imbriquées: interroger le futur pour éclairer le présent», *Recherches Économiques de Louvain*, 69(2), pp. 205–228.
- ZAGONARI F. [1998], «International Pollution Problems: Unilateral Initiatives by Environmental Groups in One Country», *Journal of Environmental Economics and Management*, 36, pp. 46–69.