Bureau d'économie théorique et appliquée (BETA)
UMR 7522

Documents de travail

« Plaider coupable, une procédure potentiellement éthique »

Auteur

Gisèle Umbhauer

Document de Travail n° 2009 - **16**

Avril 2009

Faculté des sciences économiques et de gestion
Pôle européen de gestion et d'économie (PEGE)
61 avenue de la Forêt Noire
F-67085 Strasbourg Cedex

Secétariat du BETA
Géraldine Manderscheidt
Tél. : (33) 03 90 24 20 69
Fax : (33) 03 90 24 20 70
g.manderscheidt@unistra.fr
http://cournot2.u–strasbg.fr/beta

Nancy-Université
Université Nancy 2
UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Plaider coupable, une procédure potentiellement éthique

Gisèle Umbhauer[1][2]

Résumé

L'objectif est de montrer que, sous certaines hypothèses, la procédure juridique qui autorise un individu à plaider coupable s'avère éthiquement supérieure à la procédure classique qui ne permet pas cette reconnaissance de culpabilité. La méthode utilisée est celle de la théorie des jeux. Les jeux étudiés partent du jeu simple suivant : un mis en examen, coupable ou innocent, peut choisir de plaider coupable ou d'aller au procès. Dans ce dernier cas, le dossier peut s'alourdir ou s'alléger jusqu'au procès, où l'acteur en charge de juger prononce son verdict. On étudie deux variantes de ce jeu. Dans la première, on permet à la durée de l'enquête de s'allonger, de sorte que le dossier du mis en examen puisse connaître de multiples rebondissements. Dans la seconde, on autorise l'accusé à plaider coupable suite à chaque évolution de son dossier et ce jusqu'au procès, et non plus uniquement lors de sa mise en examen.

On montre ainsi que, quelle que soit la durée des enquêtes, et quelles que soient les peines encourues par un individu qui reconnaît sa culpabilité, il existe, soit un équilibre identique à celui observé dans la procédure classique, soit un équilibre qui lui est éthiquement supérieur, au sens où il conduit la justice à se tromper moins souvent en moyenne et à innocenter davantage un innocent, tout en respectant l'exigence éthique qu'un innocent ne plaide pas coupable. De surcroît, cet équilibre, pour de nombreuses valeurs de paramètres, peut conduire à moins innocenter un coupable.

On montre également que ces résultats s'étendent au cas où il est possible pour un accusé de reconnaître sa culpabilité tout au long de la procédure juridique, à condition de faire croître dans le temps les peines associées à la reconnaissance de culpabilité. Plus précisément, en liant le taux de croissance à la qualité des enquêtes, il est possible d'établir les mêmes équilibres que ceux obtenus dans la version précédente du jeu, où il n'est possible de plaider coupable qu'au début de la procédure. La liberté de plaider coupable tout au long de la procédure juridique n'est alors pas exploitée.

Abstract

Plea bargaining may lead to a higher degree of ethics than a classical legal procedure without plea bargaining, i.e. a procedure where the defendant, whether guilty or innocent, can not recognize his guilt and has to go to trial. To prove this fact we develop a game in which the defendant, at the time of arrest, can choose to recognize his guilt and accept an associated plea bargain sentence, or he can choose to go to trial. If so, new evidence of guilt or innocence may arise in the time leading up to trial, the probability of a signal of guilt being higher for a guilty defendant than for an innocent one; at trial, the juries will convict or not the defendant.

---

[1] e-mail : umbhauer@cournot.u-strasbg.fr
adresse: Bureau d'Economie Théorique et Appliquée, Pôle Européen de Gestion et d'Economie, 61 Avenue de la Forêt Noire, 67085 Strasbourg Cedex

[2] L'auteur remercie Lydie Ancelot et Yannick Gabuthy pour leurs remarques intéressantes.

We study several variants of this game. In one of them, the defendant can only choose to recognize his guilt at the time of arrest –like in the French plea bargaining procedure - but there is a long time between arrest and trial in order to allow a long succession of signals of guilt or innocence between arrest and trial. In another one, we keep the assumption of a long time between arrest and trial, but we allow the defendant to recognize his guilt after each signal of guilt or innocence, like in the American plea bargaining procedure.
We namely highlight that, regardless of the number of signals of guilt or innocence, regardless of the strength of the initial case against the defendant, and regardless of the plea bargain sentence, there exists a semi-separating sequential equilibrium which is more ethical than the equilibrium associated to the classical legal procedure: by comparison with this last one, the plea-bargaining equilibrium leads to less often convict an innocent at trial, leads to a smaller probability of error of judgment, and, moreover, for large classes of parameters, leads to less often declare not guilty a guilty defendant.
We also show that it is possible to define plea bargain sentences that grow in time in a way that depends on the quality of the signals of guilt and innocence, such that a guilty defendant always chooses to only recognize his guilt at the time of arrest, even if he has the possibility to do so later.

Classification JEL : C 70, K 40

Mots clés: plaider coupable, équilibre séquentiel, éthique, erreur de jugement

1. Introduction

Il n'est pas immédiat de prévoir le comportement d'un mis en examen face à la procédure du plaider coupable. Pour ne citer qu'un exemple, la célèbre sprinteuse Marion Jones a plaidé coupable de dopage, alors que son non moins connu entraîneur, Trevor Graham, a plaidé non coupable. Beaucoup d'encre a coulé sur ce sujet dans la presse française, en particulier depuis que cette procédure juridique a fait son apparition dans le droit français en 2004. Très brièvement, la procédure du plaider coupable permet à une personne mise en examen de reconnaître immédiatement sa culpabilité, ce qui évite l'organisation et la tenue d'un procès, en échange, principalement, d'une réduction de peine. Cette procédure est très variable selon les pays, tant au niveau du type d'infraction qu'elle couvre qu'au niveau de ses modalités d'application : alors qu'il est possible de plaider coupable pour tout type de délit et de crime aux Etats-Unis, il n'est possible de le faire en France que pour des délits ne pouvant conduire qu'à une peine d'emprisonnement inférieure ou égale à 5 ans[3]. Le moment de plaider coupable varie également selon les pays. En France, il faut plaider coupable dès qu'on est mis en examen, alors que le droit anglo-saxon permet d'y recourir à de multiples moments de la procédure, jusqu'au procès inclus (cf. par exemple la note de synthèse du Sénat, 2003).
Ce sont principalement des motivations de désengorgement des tribunaux qui ont été invoqués pour instaurer le plaider coupable, auquel on fait souvent recours : ainsi, en France, de nombreux délits pour lesquels la culpabilité de l'inculpé ne fait guère de doute (conduite sans permis, conduite en état d'ivresse) donnent lieu à la reconnaissance de culpabilité. Mais en France, comme dans de nombreux autres pays, on reste réticent quant à un élargissement de l'application de cette procédure, notamment aux crimes, pour des raisons qui ne sont tiennent pas uniquement au lobbying des corps de métiers concernés. En particulier, l'éthique de la procédure est régulièrement mise en cause (Desorgues P, 2005). Ainsi on s'interroge légitimement sur la nature de ceux qui plaident coupable : sont-ce uniquement des coupables, ou y a- t-il également des innocents qui plaident coupable ? On s'interroge également sur la justesse de la justice rendue : le plaider coupable fait-il davantage innocenter les innocents et condamner les coupables ?

Un certain nombre d'auteurs ont apporté un éclairage partiel à ces questions. Nous ne citons ici que ceux qui ont abordé ces questions de manière stratégique. Grossman & Katz (1983) sont parmi les premiers à avoir étudié la possibilité de mieux distinguer les coupables des innocents lors des procès lorsqu'il est possible de plaider coupable. Toutefois la probabilité de juger coupable au procès reste exogène dans leur modèle et est donc indépendante du comportement effectif des mis en examen ; les comportements obtenus ne sont pas des comportements d'équilibre (au sens de la théorie des jeux). Baker et Mezetti (2001) introduisent un modèle avec procureur, mis en examen et jurés, où le procureur et le mis en examen jouent de manière stratégique, ce qui leur permet d'aboutir à un équilibre semi-séparateur ; toutefois les jurés continuent d'avoir des probabilités de jugement exogènes, non liées au comportement effectif du mis en examen. Ce sont les travaux de Bjerk (2007) qui s'approchent le plus du présent travail. Bjerk (2007) définit un jeu où interviennent, de manière endogène, procureur, mis en examen et jurés. Il obtient toutefois des équilibres moins éthiques que ceux obtenus dans ce papier, dans la mesure où selon son approche, les coupables doivent bénéficier d'une forte réduction de peine en plaidant coupable pour adopter ce comportement. Pour une littérature sur ce sujet, on peut renvoyer à Ancelot (2008).

[3] Le rapport Gauchard de juillet 2008 préconise certes d'étendre la possibilité de plaider coupable à tout type de délit quelle que soit la peine de prison maximale encourue (Salles A, 2008)).

Le présent travail exploite davantage la théorie des jeux pour mieux souligner encore les incitations d'un mis en examen à plaider ou non coupable dans un contexte où la justice a pour seul objectif d'innocenter les innocents et d'accuser les coupables, et où elle appuie ses décisions sur les seules informations filtrant de l'évolution du dossier de l'inculpé. Ce travail ne prétend aucunement pénétrer les relations complexes entre procureurs, avocats, juges et autres acteurs de la justice. Il fait fi de la compétition entre les différents corps de métiers et de la compétition entre acteurs d'un même corps de métiers, qui, dans la réalité, peuvent conduire à juger différemment un même dossier ayant subi les mêmes évolutions. Il fait également fi des négociations entre avocats et procureurs pouvant influer sur le montant des peines de l'individu ayant plaidé coupable, et il fait fi des prouesses de certains avocats capables de réduire à néant des faits qui pourtant accusent sans équivoque. Mais, malgré ces restrictions, le présent travail conduit à des résultats intéressants. Ainsi, contrairement à Bjerk (2007), on montre que la procédure du plaider coupable peut sensiblement augmenter l'éthique des comportements d'équilibre d'un procès, dès lors que, à vécu de sentence similaire, le fait de plaider coupable est vécu plus difficilement par un innocent que par un coupable. On montre notamment que, pour les zones de paramètres telles que les équilibres issus de la procédure avec plaider coupable sont différents des équilibres issus de la procédure classique (sans possibilité de plaider coupable), il existe toujours un équilibre tel que l'innocent bénéficie de l'existence de la procédure du plaider coupable, sans pour autant l'utiliser. De surcroît l'amélioration du bien-être de l'innocent va de paire avec une diminution des probabilités d'erreur de jugement : on condamne moins souvent un innocent, on se trompe moins souvent en général et, pour certaines valeurs des paramètres, on condamne plus souvent un coupable. On montre aussi que, à condition de respecter certaines règles dans la fixation des gains dans le temps, la pratique de type anglo-saxonne qui permet à un individu de plaider coupable à de nombreux moments de la procédure s'avère stratégiquement identique à la pratique qui ne permet à un individu de ne plaider coupable qu'au début de la procédure.

Dans la section 2, on présente un jeu simple, apparenté aux jeux signaux, exprimant la problématique de base du plaider coupable. En section 3 on étudie l'éthique des équilibres de ce jeu de base, en les comparant aux équilibres classiques, i.e. ceux obtenus dans le contexte classique où il n'est pas possible de plaider coupable. On montre en particulier que la procédure du plaider coupable, eu égard à la procédure classique, peut augmenter l'éthique des procès, en permettant de se tromper moins souvent dans le jugement, d'innocenter plus souvent un innocent et de condamner plus souvent un coupable. Dans la section 4 on rallonge le temps qui s'écoule entre la mise en examen et le procès, afin de permettre au dossier du mis en examen d'évoluer, i.e. de s'alourdir (apparition de plus de pièces à charge contre lui) ou de s'alléger. Dans cette section, on suppose que le recours au plaider coupable n'est possible qu'au début du processus, et que la probabilité qu'un dossier s'alourdisse est plus forte pour un coupable que pour un innocent. On montre à nouveau que l'éthique des équilibres obtenus augmente eu égard à celle des équilibres issus de la procédure classique, et on analyse l'effet de l'allongement temporel sur l'ampleur des gains d'éthique. En section 5 on reprend le contexte temporel de la section 4 en permettant cette fois au mis en examen de plaider coupable à de multiples moments. Sous certaines conditions liant les gains à la qualité des enquêtes policières, on montre que les comportements stratégiques obtenus en section 4 sont toujours valables. Ainsi la loi anglo-saxonne qui permet de plaider coupable à de multiples moments de la procédure peut s'avérer stratégiquement et éthiquement identique à d'autres lois, comme la loi française, qui exige de plaider coupable au début de la procédure. La section 6 conclut sur les limites de ce travail.

2. Le jeu du plaider coupable

Le jeu de base (cf. figure 1) est proche d'un jeu de signal.
Décrivons le jeu joué. La nature (une simple loterie) choisit le type du mis en examen, coupable (C) ou innocent (I), respectivement avec les probabilités ρ et $(1-\rho)$. Par ce choix on exprime qu'au début du jeu (lors de la mise en examen), seul le mis en examen (le joueur 1) connaît son état (on dira son type), à savoir sa culpabilité (C) ou son innocence (I) ; la « justice » (le joueur 2), i.e. l'acteur en charge de porter un jugement lors du procès, n'a qu'une information a priori, connaissance commune des deux acteurs, traduite par la distribution de probabilités $(\rho, 1-\rho)$. Cette distribution traduit l'information contenue dans le dossier du mis en examen, dossier qui est connaissance commune des deux acteurs. Puis c'est au mis en examen, le joueur 1, de jouer : il peut plaider coupable (action Pl) ou ne pas plaider coupable (action $\overline{\text{Pl}}$). S'il plaide coupable, il se voit assigner une peine qui lui assure une utilité u_1 s'il est coupable, v_1 s'il est innocent[4]. S'il ne plaide pas coupable, il va au procès. Toutefois le procès n'est pas immédiat, ce qui permet au dossier du mis en examen d'évoluer. On suppose que les enquêtes judiciaires et policières sont efficaces, au sens où elles aboutissent à un dossier plus chargé en pièces compromettantes (par rapport au dossier initial) – action L- avec une probabilité s dans le cas d'un individu coupable, r dans le cas d'un individu innocent, avec $s > r$. Avec les probabilités complémentaires, les enquêtes sont supposées conduire à un allègement du dossier i.e. à un dossier moins compromettant ou à une stagnation du dossier – action l- .
Puis vient le procès. Le joueur 2, la « justice », i.e. l'acteur en charge de porter un jugement, en fonction du comportement du mis en examen et de l'évolution du dossier, innocente le mis en examen (action i) ou le condamne (action c).

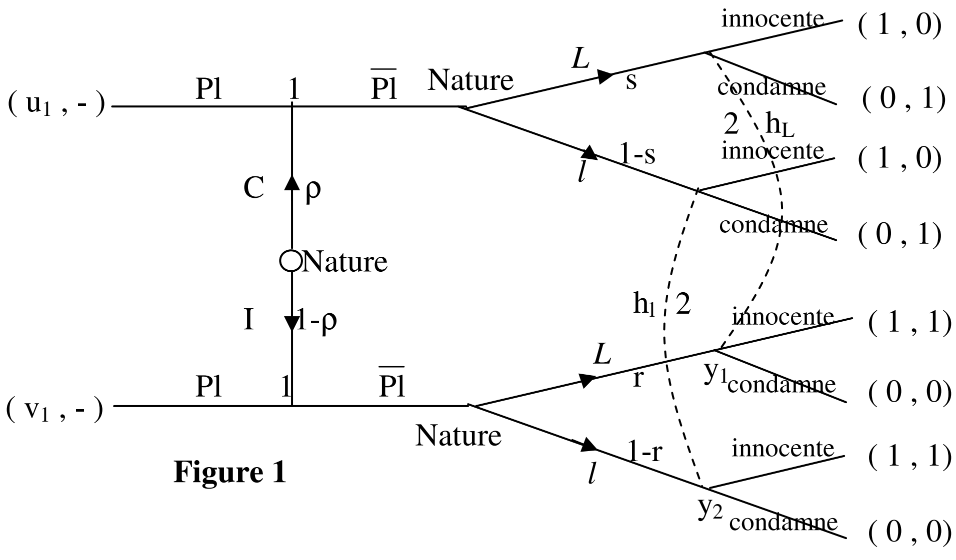


Figure 1

Légende de la figure 1 : *Le joueur 1, respectivement le joueur 2, est le mis en examen, respectivement l'acteur de justice en charge de porter un jugement. La 1[ère] (respectivement la*

[4] En France, à ce stade, un juge doit autoriser l'application de la procédure du plaider coupable, selon la procédure d'homologation par le juge. Le juge pourrait donc refuser l'application de la procédure, mais, dans les faits, l'homologation est quasi-automatique.

$2^{ème}$) coordonnée de chaque vecteur gain est l'utilité (ou gain) du joueur 1, respectivement du joueur 2. Les courbes en traits tirets symbolisent les ensembles d'information du joueur 2.

Notons tout d'abord que certains gains ne sont pas spécifiés dans le jeu, tel le gain de la justice lorsque le mis en examen plaide coupable. On omet ces gains car ils n'ont aucune valeur stratégique, au sens où ils n'ont pas d'impact sur les équilibres du jeu. On suppose aussi que la justice est honnête, d'où que le joueur 2 a une utilité maximale, 1, quand il énonce un verdict adéquat (à savoir une déclaration d'innocence face à un innocent et une condamnation face à un coupable), et qu'il a un gain minimal, 0, dans le cas inverse. On pourrait objecter qu'il est peut-être plus grave éthiquement de juger coupable un innocent que de juger innocent un coupable ou arguer à l'inverse qu'il est socialement plus grave de juger innocent un coupable que de juger coupable un innocent. Ces considérations, qui viendraient modifier les valeurs des gains des issues de jeu, n'auraient pas d'impact sur la nature des résultats ; le seul fait qui soit stratégiquement important est que la justice préfère condamner un coupable plutôt que de l'innocenter et qu'elle préfère innocenter un innocent plutôt que de le condamner.

Il est plus délicat d'écrire les gains du joueur 1. En théorie des jeux, on a coutume d'écrire que la nature - qui est un simple processus aléatoire- sélectionne le type de la personne mise en examen, i.e. qu'elle sélectionne un individu coupable avec la probabilité ρ et un individu innocent avec la probabilité complémentaire ($1-\rho$). A ce niveau deux approches différentes sont possibles. Si on considère le mis en examen comme une unique personne, qui, selon la décision de la nature, est innocente ou coupable, il faut comparer toutes les issues possibles du jeu, ce qui n'est pas évident. En effet, s'il n'est pas difficile d'admettre que le pire est d'être jugé coupable alors qu'on est innocent, il est difficile de déterminer la meilleure issue : est-ce d'être jugé innocent quand on est innocent, ou est-ce d'être jugé innocent quand on est coupable ? Une personne de bonne moralité coupable d'un acte involontaire, même innocentée, préfèrerait être innocente et innocentée. Mais il n'en va pas de même pour un individu souhaitant refaire sa vie sous les tropiques, qui préfèrera être innocenté en ayant commis un vol plutôt qu'en n'y ayant pas pris part.

Aussi on adopte une autre approche : on considère que le mis en examen correspond à deux personnalités différentes, selon qu'il est coupable ou innocent, chaque personnalité ayant comme issue préférée celle où elle est innocentée (issue à laquelle on associe le gain 1) et comme issue la plus crainte celle où elle est condamnée (issue à laquelle on associe le gain 0). Les deux personnalités par contre apprécient différemment l'issue intermédiaire liée au plaider coupable. Cette différence découle de l'hypothèse centrale suivante :

Hypothèse centrale

Toutes choses étant égales par ailleurs, le bien –être associé au fait de plaider coupable est plus grand pour un coupable que pour un innocent.

Cette hypothèse a pour conséquence dans le jeu étudié qu'un coupable plaide plus vite coupable qu'un innocent, c'est-à-dire que la probabilité minimale de condamnation au procès qui l'incite à plaider coupable est plus faible que celle qui incite un innocent à en faire autant.

Compte tenu des gains associés aux autres issues, cela revient à poser $v_1 < u_1$.

Plusieurs faits plaident en faveur de l'hypothèse centrale : le plus important est que seul l'innocent subit un coût moral très élevé en plaidant coupable, vu que, précisément, il n'est pas coupable.

Insistons sur cette hypothèse, stratégiquement essentielle, au sens où elle a un impact capital sur les équilibres obtenus. Elle suppose davantage que le simple fait qu'une même condamnation frappe plus durement un innocent qu'un coupable. En effet, supposons que la condamnation au procès conduise à une peine de prison de 5 ans, alors que le fait de plaider coupable se solde par 2 années de prison. On pourrait introduire deux fonctions d'utilité, $U_C(x)$ et $U_I(x)$, traduisant l'utilité que respectivement un coupable et un innocent assignent à x années de prison, en posant $U_C(x) = 1\text{-}10x$ et $U_I(x) = 1\text{-}20x$, exprimant ainsi que l'innocent ressent plus négativement la condamnation que le coupable. Toutefois, ce faisant, on obtient $U_c(0)= 1$, $U_C(2) = -19$, $U_C(5) = -49$ et $U_I(0)= 1$, $U_I(2) = -39$ et $U_I(5) = -99$. En normant $U_C(5)$ et $U_I(5)$ à 0,(($U_C(0)$ et $U_I(0)$ étant déjà normés à 1), une simple équation de proportionalité conduit alors à $U_C(2) = (49\text{-}19)/50 = 0.6$ et $U_I(2) = (99\text{ -}39)/100= 0.6$ également, d'où $v_1=u_1$. Plaider coupable ne conduit donc pas à une utilité moindre pour l'innocent. Pire, en choisissant $U_I(x) = 1\text{-}10x\ \text{-}x^2$ (et en laissant $U_C(x)$ identique), on obtient $U_I(0)= 1$ $U_I(2) = -23$ et $U_I(5) = -74$, d'où, en normant $U_I(5)$ à 0, on obtient $U_I(2) = (74\text{-}23)/75 = 0.68$, d'où $v_1 > u_1$, i.e. le plaider coupable est plus apprécié par l'innocent que par le coupable. En clair, il ne suffit pas de ressentir plus durement les condamnations pour avoir $v_1 < u_1$. Il faut que le simple fait de plaider coupable soit en soi un acte qui diminue drastiquement le bien-être de l'innocent, indépendamment de la peine qu'il induit. L'idée est qu'il est moralement très coûteux de s'accuser d'un acte non commis. En d'autres termes, dans l'exemple choisi, l'utilité du plaider coupable, pour un innocent, ne peut s'égaliser à l'utilité des deux années de prison. Ou encore, si l'on tient à exprimer l'utilité comme une fonction de la peine, il faut que cette fonction d'utilité, pour un innocent, soit beaucoup plus convexe que celle d'un coupable, traduisant par là que le simple fait d'être puni compte pour beaucoup dans la désutilité.

Les équilibres séquentiels obtenus sont de trois types possibles (cf. annexe1) :

- Soit les deux types de mis en examen vont au procès avec la probabilité 1
- Soit les deux types de mis en examen plaident coupable avec la probabilité1
- Soit l'innocent va au procès avec la probabilité 1 et le coupable va au procès et plaide coupable avec une probabilité positive.

<table>
<tr><td>ρ
u_1</td><td colspan="3">$r/(r+s)$ ↓ $(1-r)/[(1-r)+(1-s)]$ ↓</td></tr>
<tr><td>$u_1 <1-s$</td><td>($\overline{Pl}$/C, $\overline{Pl}$/I, i/h_L, i/h_l)</td><td>($\overline{Pl}$/I, $\overline{Pl}$/C, c/h_L , i/h_l)</td><td>Equilibre E_1
($\overline{Pl}$/I, $\overline{Pl}$/C avec la probabilité $p= (1-\rho)(1-r)/[\rho(1-s)]$, Pl/C avec la probabilité complémentaire, c/h_L, i/h_l avec la probabilité $u_1/(1-s)$, c/h_l avec la probabilité complémentaire)

Equilibre E_2
(Pl/C, Pl/I , c/h_L, c/h_l)</td></tr>
<tr><td>$u_1 > 1-s$</td><td>($\overline{Pl}$/C, $\overline{Pl}$/I i/h_L, i/h_l)</td><td colspan="2">Equilibre E_3
($\overline{Pl}$/I, $\overline{Pl}$/C avec la probabilité $p= (1-\rho)r/\rho s$, Pl/C avec la probabilité complémentaire, i/h_l, i/h_L avec la probabilité $(u_1-(1-s))/s$, c/h_L avec la probabilité complémentaire)

Si $v_1 > 1-r$, Equilibre E_4
(Pl/C , Pl/I , c/h_L , i/h_l)</td></tr>
</table>

Tableau 1

Ces équilibres sont donnés dans le tableau 1 et expliqués en section 3[5].

3. L'éthique du plaider coupable

Lorsque la possibilité de plaider coupable n'existe pas, le jeu de la figure 1 se réduit à un problème de décision reproduit en figure 2. Dans ce jeu, le mis en examen va automatiquement au procès. Seule la justice prend une décision.
Ses décisions, immédiates, sont données dans le tableau 2.

ρ	$r/(r+s)$ ↓	$(1-r)/(1-r+1-s)$ ↓
i/h_L i/h_l	c/h_L i/h_l	c/h_L c/h_l

Tableau 2

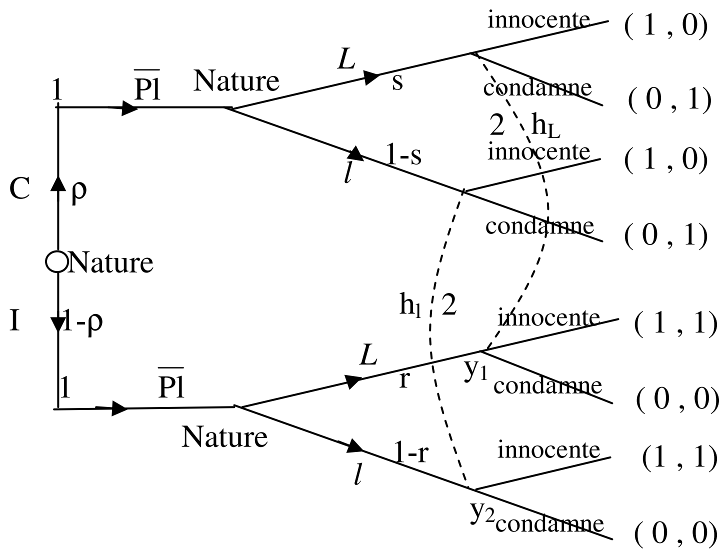


Figure 2

Que peut-on en déduire quant à l'éthique induite par la procédure du plaider coupable ?
La réponse à cette question dépend du sens accordé au mot éthique. Dans ce travail, on se limite à quelques aspects d'éthique qui devraient recueillir le consensus. Ainsi on dira que :

- un équilibre A est plus éthique qu'un équilibre B, si, toutes choses étant égales par ailleurs, l'innocent plaide moins souvent coupable dans A que dans B.
- A est plus éthique que B si ceteris paribus l'innocent est davantage innocenté dans A que dans B.
- A est plus éthique que B si ceteris paribus la justice se trompe moins souvent en moyenne dans A que dans B.
- A est plus éthique que B si ceteris paribus un coupable est plus souvent condamné dans A que dans B.
- A est plus éthique que B si ceteris paribus il conduit à un gain espéré plus faible pour le coupable.

[5] On travaille sur des intervalles ouverts de valeurs de paramètres pour éviter de traiter la multiplicité possible des équilibres aux valeurs limites des intervalles.

La dernière condition traduit le mal-être des victimes, qui n'ont aucun rôle stratégique (sinon celui d'aider à étoffer les dossiers des mis en examen), et qui désapprouvent forcément un gain élevé pour un coupable même repenti.
Evidemment de nombreuses comparaisons d'équilibres peuvent s'avérer malaisées du fait qu'il est possible, pour un équilibre A, par rapport à un équilibre B, d'être plus éthique sur certains points et moins éthique sur d'autres. On peut néanmoins faire les observations suivantes :

Proposition 1
Tant que la probabilité de culpabilité a priori est faible ($\rho< r/ (s+r)$), la procédure du plaider coupable n'a aucun impact, ni positif, ni négatif, car le mis en examen va au procès quelle que soit sa nature et y est innocenté, comme dans la procédure classique. Cette identité de comportements s'étend au cas où la probabilité de culpabilité a priori augmente ($r/(r+s) < \rho < (1-r)/(1-r+1-s)$ mais u_1 reste faible ($u_1 <1-s$), qui incite le coupable à aller au procès même s'il n'est innocenté qu'après un allègement de dossier.

Proposition 2
Quand la probabilité de culpabilité initiale est élevée ($\rho > (1-r)/(1-r+1-s)$) où quand elle est moyenne et que u_1 est élevée ($r/(r+s) < \rho < (1-r)/(1-r+1-s)$ et $u_1 >1-s$), on observe 2 équilibres E_2 et E_4 dans lesquels le mis en examen plaide coupable, même s'il est innocent.

Commentons E_2 et E_4.
Il est peu éthique de voir un innocent plaider coupable, mais il faut contrebalancer ce défaut par le fait que l'innocent obtient un gain supérieur par rapport à celui obtenu dans la procédure classique : dans E_2, il obtient v_1 qui est supérieur à 0, le gain obtenu dans la procédure classique, dans E_4, il obtient v_1 qui est supérieur à 1-r et 0 (1-r et 0 étant les gains obtenus dans la procédure classique pour les deux intervalles de ρ associés à E_4).
Par contre, ces deux équilibres sont trop favorables au coupable. Dans E_2, le coupable obtient u_1 alors qu'il obtient 0 dans la procédure classique (on peut certes maintenir u_1 assez faible, en respectant $u_1> v_1 > 0$). Dans E_4 le coupable obtient u_1 au lieu de 1-s et 0, les gains obtenus dans la procédure classique pour les deux intervalles de ρ associés, et u_1 vérifie $u_1>v_1>1-r>1-s$: u_1 peut donc s'avérer élevé si les enquêtes sont bien faites (r faible).

E_2 et E_4 ne sont heureusement pas les seuls équilibres possibles pour les valeurs de paramètres qui leur sont associées. Pour ces valeurs, il existe deux autres équilibres, E_1 et E_3.
Considérons d'abord E_3. Cet équilibre vaut si $\rho> r/(s+r)$, ce qui signifie que soit la probabilité de culpabilité a priori est suffisamment élevée, soit les enquêtes sont efficaces (donc s élevée et r faible, ce qui assure $\rho> r/ (s+r)$ même pour ρ faible), et si u_1 est suffisamment élevé ($u_1>1-s$), ce qui est d'autant plus plausible que les enquêtes face à un coupable sont bien menées.
La comparaison de cet équilibre avec les équilibres classiques exige que l'on scinde l'étude en deux, en fonction de la valeur de ρ.

Soit d'abord l'intervalle des valeurs de ρ] $r/ (s+r)$, $(1-r)/(1-r+1-s)$[.

Proposition 3
Si les enquêtes sont efficaces (r très faible et s très élevée) ou si la probabilité de culpabilité a priori est moyenne, assurant $r/ (s+r) < \rho< (1-r)/(1-r+1-s)$, et si $u_1> 1-s$, la procédure du plaider coupable conduit à l'équilibre E_3 qui s'avère plus éthique que l'équilibre classique associé à

tous points de vue, si l'on omet le fait que le gain du coupable est plus élevé (mais pas nécessairement beaucoup plus élevé) que dans l'équilibre classique.

Pour justifier ces propos, rappelons d'abord que pour ces valeurs de ρ et u_1, la procédure classique conduit à innocenter en cas d'allègement du dossier et à condamner dans le cas contraire. Il résulte qu'un innocent se fait condamner avec la probabilité r, alors que dans E_3 il se fait condamner avec la probabilité strictement inférieure $r(1-q_{hL})= r(1-u_1)/s$. Il découle également que dans l'équilibre classique la probabilité d'erreur moyenne de la justice vaut $\rho(1-s)+(1-\rho)r$, à savoir la probabilité d'être face à un coupable et de l'innocenter sommée à la probabilité d'être face à un innocent et de le condamner. Dans E_3, cette probabilité devient : $\rho p(1-s +sq_{hL}) +(1-\rho)r(1-q_{hL})= (1-\rho)r/s$. Or $(1-\rho)r/s < \rho(1-s) +(1-\rho)r$ car $\rho> r/(r+s)$; la justice se trompe donc moins souvent dans E_3 que dans l'équilibre classique. Enfin, avec la procédure classique, un coupable se fait innocenter avec la probabilité que son dossier s'allège, i.e. 1-s, alors que dans E_3 il se fait innocenter avec la probabilité $p[(1-s)+ sq_{hL}] = (1-\rho)ru_1/ (\rho s)= pu_1$. Cette probabilité peut s'avérer plus faible que celle obtenue dans l'équilibre classique, notamment si u_1 est proche de 1-s (auquel cas la justice innocente rarement face à un dossier plus lourd (q_{hL} est proche de 0)) et si ρ est élevée car la probabilité d'un coupable d'aller au procès chute avec ρ. Elle sera plus forte dans les cas contraires.
Notons encore que le coupable obtient u_1 dans E_3, soit un gain supérieur au gain 1-s obtenu dans l'équilibre classique. Mais, d'une part, on peut garder u_1 relativement proche de 1-s, ce qui permet de rendre l'écart peu important. D'autre part, il importe d'observer qu'une valeur élevée de u_1 est également profitable à l'innocent. En effet, la probabilité d'innocenter un innocent lors du procès, et la différence entre cette probabilité et celle obtenue avec la procédure classique, croissent avec u_1, vu que $q_{hL}= (u_1-(1-s))/s$. Il découle que si fixer un u_1 élevé s'avère injustement profitable au coupable, cela s'avère aussi profitable à l'innocent, qui, de ce fait, voit croître son espérance de gain (égale à la probabilité d'être innocenté). En d'autres termes il faut suffisamment récompenser un coupable qui se dénonce, si on veut aider les innocents.

Considérons maintenant l'intervalle de valeurs de ρ,](1-r)/(1-r+1-s), 1[.

Proposition 4
Si les enquêtes sont moins efficaces au sens où elles alourdissent les dossiers des innocents (r élevé) ou si la probabilité a priori d'être face à un coupable est élevée, de sorte que $\rho > (1-r)/(1-r+1-s)$, l'équilibre E_3, comparé à l'équilibre classique, est plus éthique du point de vue de l'innocent et de l'erreur moyenne de la justice, mais moins du point de vue du coupable; de surcroît, le bien être de ce dernier est supérieur à celui obtenu avec la procédure classique, sauf si s, la probabilité qu'un dossier de coupable s'alourdisse, est élevée.

En effet, quand $\rho>(1-r)/(1-r+1-s)$, la procédure classique conduit à toujours condamner l'accusé, ce qui signifie que la justice se trompe avec la probabilité 1 face à un innocent, qu'elle se trompe avec la probabilité 0 face à un coupable et que sa probabilité moyenne d'erreur se confond avec la probabilité d'être face à un innocent, à savoir $1-\rho$.
Dans E_3, la justice condamne moins fréquemment un innocent ($r(1-u_1)/s <1$), elle se trompe moins souvent en moyenne ($(1-\rho)r/s <1-\rho$), mais elle innocente plus souvent un coupable ($pu_1 >0$).
Notons encore que si s est élevée, on peut garder u_1 proche de 1-s, et ainsi proche de 0, ce qui, par comparaison à l'équilibre classique, limite le préjudice à la victime, et ce dans un contexte où la chute de la probabilité d'accuser à tort un innocent est importante (car la

probabilité d'accuser vaut au plus r qui reste inférieur à 1). L'équilibre E_3 est ainsi intéressant d'un point de vue éthique, tant pour l'innocent, la justice et la victime si s est élevée, i.e. si les enquêtes policières aboutissent à un alourdissement fréquent du dossier d'un coupable. Si non, E_3 concilie les intérêts de la justice et de l'innocent, mais pas nécessairement ceux de la victime (u_1 est trop élevée). Mais, dans ce dernier cas, si s est faible, on peut choisir u_1 plus petit que 1-s et se tourner vers l'équilibre E_1.

Proposition 5
Si la justice est peu clémente à l'égard des repentis ($u_1 < 1\text{-}s$), et si la probabilité de culpabilité a priori est élevée ou si les enquêtes en cas d'innocence sont mal faites (r élevée), de sorte que $\rho > (1\text{-}r)/(1\text{-}r\text{+}1\text{-}s)$, la procédure du plaider coupable conduit à l'équilibre E_1 qui améliore le bien-être de l'innocent sans modifier la probabilité moyenne d'erreur de la justice .

En effet la procédure classique, pour ces valeurs de ρ, conduit à toujours condamner, ce qui induit une probabilité d'erreur de 1 face à un innocent, de 0 face à un coupable et une probabilité moyenne d'erreur de 1-ρ. Dans E_1, l'innocent n'est condamné qu'avec la probabilité $r+(1-r)(1-q_{hl})$, inférieure à 1, et le coupable est innocenté avec la probabilité $p(1-s)q_{hl}= pu_1 >0$. La probabilité moyenne d'erreur de la justice vaut $\rho p(1-s)q_{hl}+ (1-\rho)\ (r+ (1-r)(1-q_{hl})$, qui s'avère identique à 1- ρ.

En conclusion de cette première approche, les victimes, dans les équilibres où le coupable plaide coupable avec une probabilité positive, seront certes toujours insatisfaites au sens où le gain du coupable, au minimum égal à u_1, est toujours supérieur au gain obtenu avec la procédure classique. Mais cette insatisfaction est largement contrebalancée par le fait que la possibilité de plaider coupable permet d'innocenter davantage les innocents, qu'elle conduit les coupables, avec une probabilité positive, à spontanément reconnaître leur culpabilité, tout en permettant à la justice de se tromper moins souvent en moyenne. Notons encore que la hausse du gain du coupable peut rester modérée et que le simple geste de reconnaissance de culpabilité peut être apprécié par la victime, ce qui vient limiter la désutilité liée à cette hausse.
Comme les équilibres E_1 et E_3 couvrent les zones où la possibilité de plaider coupable conduit à des équilibres différents des équilibres classiques, cf. le tableau 3, on en conclut qu'il est toujours possible, dans ces zones, de sélectionner une valeur de u_1 et un équilibre E_1 ou E_3 éthiquement plus appréciables que l'équilibre classique.

ρ / u_1		r/(r+s) ↓	(1-r)/[(1-r)+(1-s)] ↓
$u_1 <1\text{-}s$	$\overline{Pl}/C\ \overline{Pl}/I$ $i/h_L\ i/h_l$	$\overline{Pl}/I\ \overline{Pl}/C$ $c/h_L\ i/h_l$	Equilibre E_1
$u_1 > 1\text{-}s$	$\overline{Pl}/C\ \overline{Pl}/I$ $i/h_L\ i/h_l$	Equilibre E_3	

Tableau 3

4. Un dossier à multiples rebondissements

Dans la mesure où la qualité des enquêtes policières influence les caractéristiques des équilibres obtenus, il est tentant d'examiner si le fait de laisser du temps aux enquêtes, pour leur permettre d'évoluer, vient renforcer l'éthique dans les résultats d'équilibre. Aussi on introduit dans cette section plusieurs périodes de temps, qui permettent au dossier de connaître de multiples évolutions, tant à charge qu'à décharge du mis en examen. On suppose ainsi qu'à chaque période, le dossier s'alourdit avec la probabilité s, respectivement r, si l'individu est coupable, respectivement innocent, et qu'il s'allège ou reste inchangé avec les probabilités complémentaires, avec $r < s$. On obtient ainsi le jeu de la figure 3, dans le cas de 3 périodes. Ce jeu se déroule comme suit. En période 1, le mis en examen plaide ou non coupable. S'il ne plaide pas coupable, il s'écoule une durée de 2 périodes (période 2 et 3). Dans chacune de ces périodes, le dossier peut s'alourdir ou s'alléger (ou rester inchangé), indépendamment de son évolution à la période précédente. A la fin de la période 3, la justice observe l'évolution du dossier dans le temps et rend son verdict.

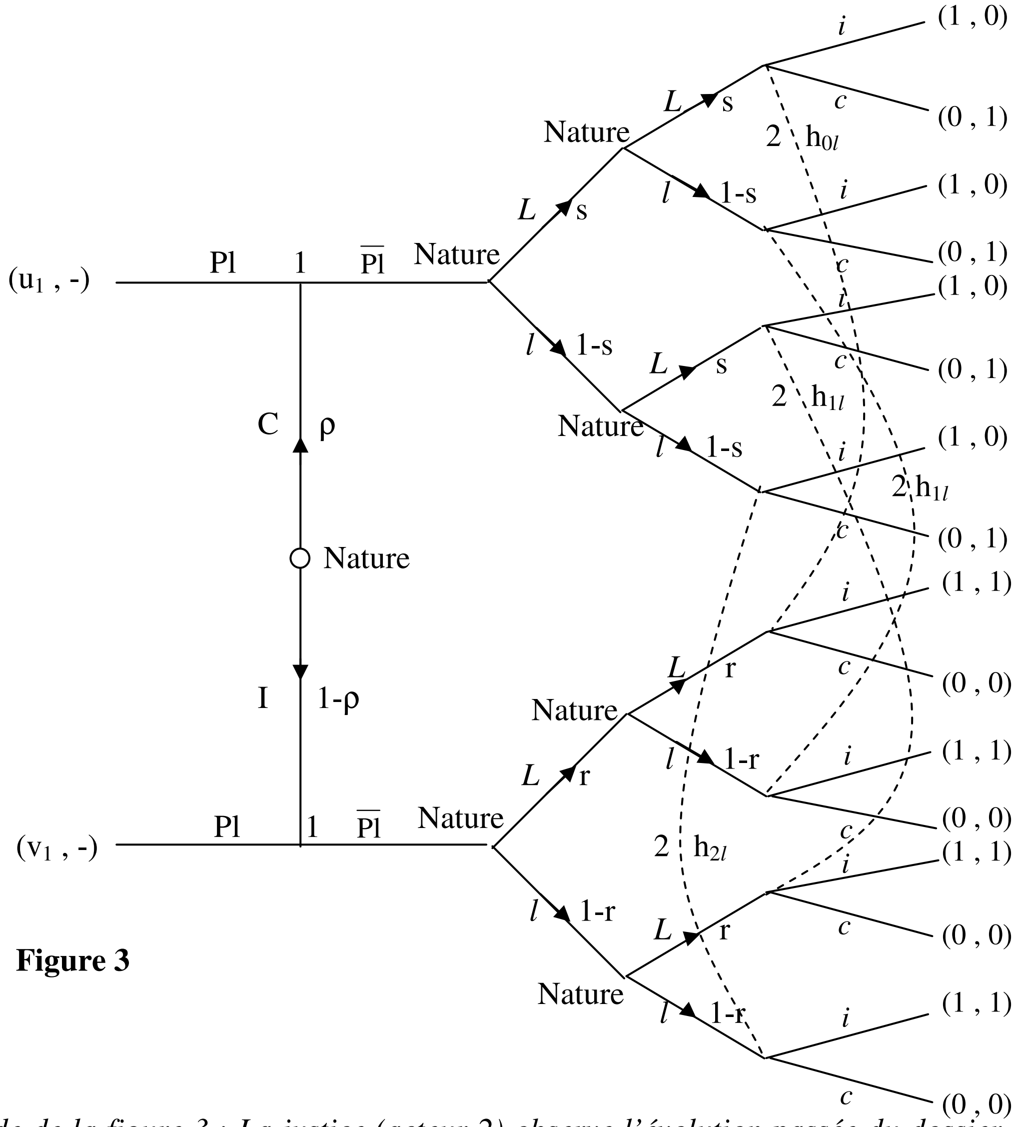


Figure 3

<u>Légende de la figure 3</u> : La justice (acteur 2) observe l'évolution passée du dossier avant de prononcer son verdict, d'où les 4 ensembles d'information h_{il} où i désigne le nombre d'allègements de dossiers observés, avec i de 0 à 2. Ainsi deux ensembles d'information portent le même nom h_{1l}, car le dossier y a bénéficié d'un seul allègement : ces deux ensembles d'information sont toutefois distincts car l'allègement n'a pas eu lieu au même moment.

Pour comparer les équilibres de ce nouveau jeu aux équilibres classiques, i.e. les équilibres obtenus dans ce nouveau contexte mais sans la possibilité de plaider coupable, on donne, dans le tableau 4, les décisions optimales de la justice lorsqu'il il y a T périodes d'évolution du dossier et qu'il n'y a pas la possibilité de plaider coupable, le mis en examen allant d'office au procès (la figure de ce jeu n'est pas donnée : il suffit de modifier le jeu de la figure 3 en supprimant, pour le joueur 1, la possibilité de jouer Pl, ce qui le conduit à jouer $\overline{\text{Pl}}$ avec la probabilité 1).

ρ	$\frac{r^T}{r^T+s^T}$	$\frac{(1-r)r^{T-1}}{(1-r)r^{T-1}+(1-s)s^{T-1}}$	$\frac{(1-r)^2r^{T-2}}{(1-r)^2r^{T-2}+(1-s)^2s^{T-2}}$	$\frac{(1-r)^ir^{T-i}}{(1-r)^ir^{T-i}+(1-s)^is^{T-i}}$	$\frac{(1-r)^{i+1}r^{T-i-1}}{(1-r)^{i+1}r^{T-i-1}+(1-s)^{i+1}s^{T-i-1}}$	$\frac{(1-r)^T}{(1-r)^T+(1-s)^T}$	
i en tout h	*c*/h_{0l} *i* en tout autre ensemble d'information	*c*/ h_{0l} *c*/ h_{1l} *i* en tout autre ensemble d'information	…	*c*/h_{0l} , *c*/h_{1l} , ..., *c*/ h_{il} *i* en tout autre ensemble d'information	…	*c* en tout ensemble d'information	

Tableau 4

Légende du tableau 4 : ce tableau donne les décisions classiques de la justice, pour T périodes d'évolution du dossier. On note h_{il} un ensemble d'information qui fait suite à i allègements (ou non changements) du dossier.

Les résultats du tableau 4 découlent du fait que, plus la suspicion initiale d'être face à un coupable est élevée, i.e. plus ρ est élevée, plus il faut d'allègements du dossier pour convaincre la justice d'innocenter le mis en examen.

Pour justifier ces résultats, notons ρ_i la valeur $(1-r)^i r^{T-i}/ [(1-r)^i r^{T-i} + (1-s)^i s^{T-i}]$, i de 0 à T, et considérons par exemple la colonne grisée des ρ tels que : $\rho_i < \rho < \rho_{i+1}$

La justice accuse face à un dossier comportant i allègements (ou non changements) du dossier, et donc T-i alourdissements, si et seulement si : $\rho(1-s)^i s^{T-i} > (1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}$ i.e. si $\rho > \rho_i$.

Il s'ensuit immédiatement que, pour $\rho > \rho_i$, elle accusera également le mis en examen s'il y a moins de i allègements (ou non changements) du dossier.

Inversement, elle innocentera l'accusé s'il y a i+1 ou davantage d'allègements du dossier si : $\rho(1-s)^{i+1}s^{T-i-1} < (1-\rho)(1-r)^{i+1}r^{T-i-1}$ i.e. si $\rho < \rho_{i+1}$.

Ces faits justifient le comportement de la justice dans la colonne considérée.

Ce raisonnement étant valable pour tout i, i allant de 0 à T, le comportement de la justice dans chaque colonne est justifié.

Passons maintenant à la procédure juridique avec plaider coupable.

Dans la mesure où on recherche des équilibres éthiques, on ne cherchera que les équilibres séquentiels semblables aux équilibres E_1 et E_3 de l'étude précédente. On obtient ainsi le tableau 5.

Le fait qu'E_{T-i+1}, pour i de 0 à T, soit un équilibre séquentiel pour l'intervalle de valeurs de ρ $]\rho_i, 1[$ et l'intervalle de valeurs de u_1 , $]1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$, $1- \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$ [,est prouvé en *annexe 2.*

ρ \ u_1	$r^T/(s^T+r^T)$ $(1-r)r^{T-1}/((1-s)s^{T-1}+(1-r)r^{T-1})$ $(1-r)^i r^{T-i}/((1-s)^i s^{T-i}+(1-r)^i r^{T-i})$ $(1-r)^T/((1-s)^T+(1-r)^T)$	
$u_1 < (1-s)^T$	procès pour tous	Equilibre E_1 : L'innocent va au procès, le coupable va au procès avec la probabilité p ; la justice condamne toujours, sauf s'il y a T allègements du dossier, auquel cas elle innocente avec la probabilité q : $u_1= q\,(1-s)^T$ $p = (1-\rho)(1-r)^T/(\rho(1-s)^T)$
…		
$1-\sum_{j=0}^{i} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} <$ $u_1<$ $1-\sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$	procès pour tous	Equilibre E_{T-i+1} : L'innocent va au procès, le coupable va au procès avec la probabilité p ; la justice condamne quand il y a moins de i allègements du dossier, elle innocente avec la probabilité q en cas d'i allègements du dossier et innocente s'il y a plus de i allègements ; $u_1= 1-\sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} - (1-q)\, C_T^i\, (1-s)^i s^{T-i}$ $p = (1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}/(\rho(1-s)^i s^{T-i})$
…		
$1-s^T-T(1-s)s^{T-1}$ $< u_1 < 1-s^T$	procès pour tous	Equilibre E_T : L'innocent va au procès, le coupable va au procès avec la probabilité p ; la justice condamne en cas d'alourdissement systématique du dossier, innocente avec la probabilité q suite à un seul allègement du dossier et innocente s'il y a plus d'un allègement du dossier. $u_1=1-s^T-(1-q)s^{T-1}(1-s)T$ $p= (1-\rho)(1-r)r^{T-1}/(\rho(1-s)s^{T-1})$
$u_1>1-s^T$	procès pour tous	Equilibre E_{T+1} : l'innocent va au procès, le coupable va au procès avec la probabilité p ; la justice innocente toujours sauf après un alourdissement systématique du dossier, auquel cas elle innocente avec la probabilité q. $q= [u_1-1+s^T]/s^T$ $p = (1-\rho)r^T/(\rho s^T)$.

Tableau 5 : équilibres séquentiels avec plaider coupable pour T évolutions du dossier

Le tableau 5 présente des similitudes avec le tableau 3:
Si la probabilité a priori d'être face à un coupable est faible, le mis en examen va au procès, qu'il soit coupable ou innocent. Ce comportement s'étend au cas où la probabilité a priori d'être face à un coupable augmente mais u_1 est faible, de sorte que le coupable préfère aller au procès même s'il y est moins souvent innocenté. Il découle que dans ces cas, représentés en grisé sur le tableau 5, la procédure classique se révèle identique à celle avec plaider coupable, le comportement des acteurs étant identique dans les deux types de procédure.
De même, plus u_1 croît, et donc plus v_1 est susceptible de croître, plus le coupable est incité à plaider coupable (pour une même valeur de ρ, p décroît –par paliers- avec u_1) sans que pour autant l'innocent soit entraîné dans cette vague d'auto-dénonciation.

Une différence notable avec les résultats obtenus lorsque le dossier n'évolue qu'une seule fois est que l'intervalle des valeurs pour lequel il existe un équilibre avec reconnaissance de culpabilité s'accroît, vu qu'il existe dès que $\rho > r^T/(s^T+r^T)$, qui tend vers 0 quand T devient grand.

Analysons davantage les équilibres E_j, j de 1 à T+1.
Si, pour une même valeur de u_1, l'équilibre E_j existe pour une large palette de valeurs de ρ, $\rho \in \,]\rho_i, 1[$, cette large validité traduit toutefois une évolution des comportements différente entre acteurs. En particulier le comportement de l'innocent et de la justice sont constants sur l'intervalle de valeurs ρ, $]\rho_i, 1[$: l'innocent va toujours au procès et la justice condamne s'il y a moins d'i allègements, acquitte s'il y a plus d'i allègements, et acquitte avec une probabilité q indépendante de ρ s'il y a i allègements. La constance du comportement de la justice malgré l'évolution de ρ tient au fait que le coupable modifie son comportement en fonction de ρ. Plus précisément sa probabilité p d'aller au procès est une fonction décroissante de ρ, qui tend vers 1 quand ρ tend vers ρ_i et vers 0 quand ρ tend vers 1. Le coupable compense ainsi l'augmentation de ρ, qui pourrait amener la justice à condamner davantage, par le fait qu'il va de moins en moins au procès, ce qui assure que la probabilité d'être face à un innocent au procès reste constante.

Plus généralement, l'étude de l'éthique des équilibres E_j, j de 1 à T+1, conduit à la proposition 6 suivante :

Proposition 6
Tous les équilibres E_{T+1-i}, i de 0 à T, partagent avec les équilibres classiques le fait d'amener systématiquement un innocent au procès. Ils ont une éthique supérieure à celle des équilibres classiques à l'égard de l'innocent, au sens où la probabilité d'innocenter un innocent y est supérieure. De même, tous les équilibres E_{T+1-i}, i de 0 à T-1, ont une éthique supérieure à celle des équilibres classiques en termes de probabilité moyenne d'erreur de la justice. Dans E_1 cette probabilité est identique à celle de l'équilibre classique associé. Par contre, dans tous les équilibres E_{T+1-i}, i de 0 à T-1, la probabilité d'innocenter un coupable est inférieure ou supérieure à celle des équilibres classiques associés, selon les valeurs de u_1 et de ρ. Dans E_1 la probabilité d'innocenter un coupable est plus élevée que dans l'équilibre classique associé. Enfin l'espérance de gains d'un coupable est supérieure à celle obtenue avec la procédure classique, ce qui rend les équilibres E_{T-i+1} éthiquement inférieurs sur ce point.

La preuve de la proposition 6 est donnée en annexe 3.

Cette proposition se complète comme suit :

Proposition 7 Pour une même valeur de ρ, l'augmentation de u_1 fait chuter la probabilité moyenne d'erreur de la justice (et augmenter d'autant $\neq p_m$, la différence avec la probabilité moyenne d'erreur observée dans la procédure classique) ; elle fait également chuter la probabilité d'accuser un innocent (et augmenter d'autant la différence avec la probabilité d'accuser un innocent dans la procédure classique).
Pour chaque intervalle de valeurs d'u_1, $\neq p_m$ est une fonction continue de ρ[6], affine par morceaux, d'abord croissante sur un ou plusieurs intervalles de ρ, puis décroissante. Cette différence tend vers 0 quand ρ tend vers la 1[ère] valeur seuil possible et quand ρ tend vers 1.

La preuve de la proposition 7 est donnée en annexe 4.

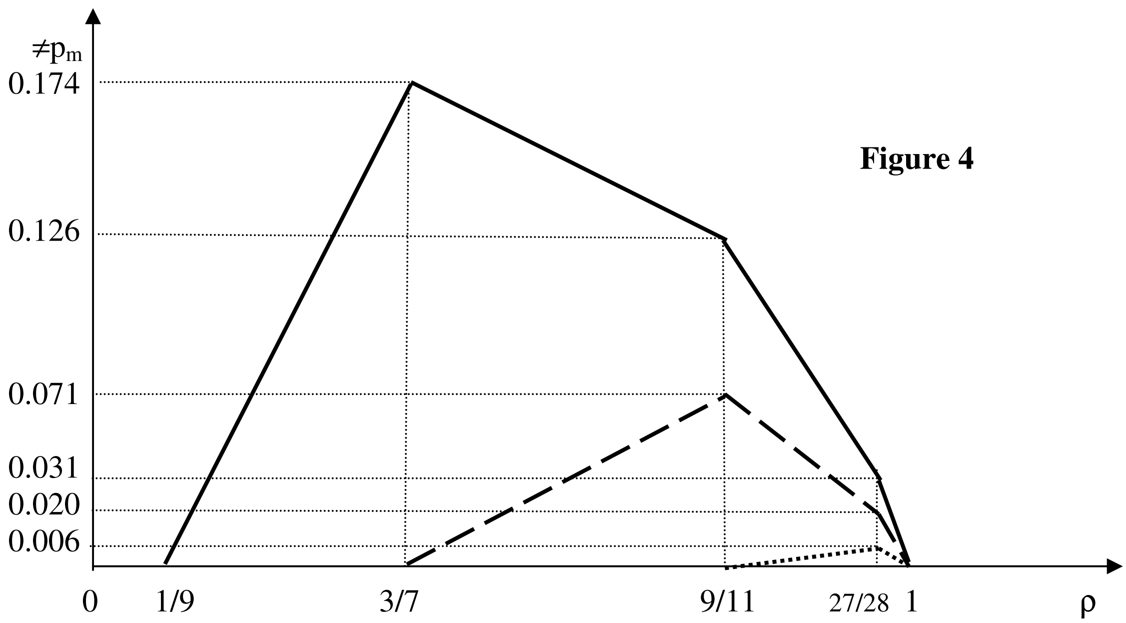
La chute, pour un même ρ, de la probabilité d'erreur moyenne de la justice quand u_1 augmente s'explique intuitivement comme suit. D'une part, il est plus facile, pour un coupable, de plaider coupable quand les peines ainsi obtenues sont faibles, ce qui explique la chute de p quand on passe d'un intervalle de u_1 à l'intervalle qui lui est immédiatement supérieur. Cette chute de p limite ainsi les risques qu'un coupable aille au procès et s'y fasse innocenter. D'autre part, un innocent, quand u_1 croît, bien qu'il puisse également bénéficier de peines faibles s'il reconnaît à tort sa culpabilité (car v_1 peut suivre la hausse de u_1), continue d'aller au procès avec la probabilité 1, car ce comportement, allié au fait que le coupable y va de moins en moins, assure qu'au procès la probabilité qu'un individu soit innocenté est, à juste titre, augmentée. Il résulte ainsi que, pour un même ρ, la probabilité moyenne de la justice de se tromper chute avec u_1 et la probabilité d'innocenter au procès augmente.

La seconde partie de la proposition est illustrée dans la figure 4 pour les valeurs numériques T= 3, r= 0.4 et s= 0.8.
Les 3 courbes obtenues illustrent bien que l'éthique en termes d'erreur moyenne de jugement est supérieure dans les équilibres avec plaider coupable que dans les équilibres classiques (à l'exception de l'équilibre E_1 où cette erreur est identique à celle commise dans le modèle classique), et que le surcroît d'éthique croît avec u_1. Elles illustrent également la continuité de $\neq p_m$, sa nullité quand ρ tend vers les valeurs seuils de validité de l'équilibre E_j, j de 2 à 4, et le fait que $\neq p_m$ commence par croître jusqu'à l'une des valeurs seuil de ρ, avant de chuter avec un taux de chute de plus en plus fort vers 0.

Une autre remarque concerne l'éthique à l'égard du coupable.
Tout d'abord, contrairement à $\neq p_m$, la chute de la probabilité d'acquittement d'un coupable permise par le passage de l'équilibre classique à l'équilibre avec plaider coupable, $\neq p_C$, est discontinue en ρ pour un u_1 donné. En effet, pour un u_1 donné, il existe des zones de valeurs de ρ dans lesquelles l'équilibre avec plaider coupable est, en termes d'acquittement du coupable, strictement plus éthique que l'équilibre classique, entrecoupées de zones dans lesquelles il est strictement moins éthique. Ceci tient au fait suivant. Pour un même u_1, la probabilité d'innocenter un coupable, qui vaut pu_1, est continue en ρ dans l'équilibre avec plaider coupable, car p est continu en ρ. A l'inverse, la probabilité d'innocenter un coupable dans l'équilibre classique, pour un même u_1, diminue de façon discontinue quand on passe d'un intervalle $]\rho_k, \rho_{k+1}[$ à l'intervalle $]\rho_{k+1}, \rho_{k+2}[$ car la justice innocente avec une probabilité

[6] Le terme de continuité en les valeurs seuils de ρ est certes usurpé, vu que on n'a pas défini les équilibres classiques pour les valeurs seuils ; plus exactement, pour ces valeurs seuils, on devrait écrire que $\neq p_m$ admet la même limite, à droite et à gauche.

nettement inférieure dans le deuxième intervalle que dans le premier. D'où il résulte qu'il est possible que le modèle avec plaider coupable soit plus éthique pour ρ_{k+1}-ε, et moins éthique pour ρ_{k+1}+ε, avec ε petit et positif, d'où la discontinuité.



Légende de la figure 4 :
Les 3 courbes en traits pleins, tirets et pointillés, représentent l'évolution de la fonction ≠p_m, respectivement dans l'équilibre E_4, E_3 et E_2, les équilibres E_j, j de 2 à 4 étant définis comme dans le tableau 5 et représentés dans le tableau 6c.

On observe ensuite que ≠p_C, pour une même valeur de ρ, est discontinue en u_1. Cela tient au fait suivant. Pour un même ρ, la probabilité d'innocenter un coupable dans le modèle classique est unique et indépendante de u_1. A l'inverse, cette probabilité, pu_1, chute brutalement dans le modèle avec plaider coupable quand on passe d'un intervalle de valeurs de u_1 à l'intervalle qui lui est directement supérieur, car p chute brutalement dans ce passage. D'où il est possible que ≠p_C soit négative pour une valeur proche du u_1 maximal du premier intervalle, et strictement positive pour un u_1 proche du u_1 minimal du deuxième intervalle, d'où la discontinuité.
Notons par ailleurs que la façon dont évolue pu_1, en passant d'un intervalle de valeurs d'u_1 à celui qui lui est immédiatement supérieur, n'est pas évidente a priori. En effet, comme p chute mais que u_1 augmente, il peut, pour un même ρ, exister des u_1 du 1^{er} intervalle tels que ≠p_C soit positive et des u_1 du $2^{ème}$ intervalle tels que ≠p_C soit négative, tout comme il peut exister des u_1 du premier intervalle tels que ≠p_C soit négative et des u_1 du $2^{ème}$ intervalle tels que ≠p_C soit positive.
Ces discontinuités sont illustrées numériquement pour les valeurs s=0.8, r=0.4, respectivement pour T=1, 2 et 3, dans les 3 tableaux 6a, 6b et 6c. Les surfaces gris foncé sont les zones de paramètres (u_1,ρ) pour lesquelles l'éthique en termes de jugement du coupable est supérieure dans l'équilibre avec plaider coupable que dans l'équilibre classique.

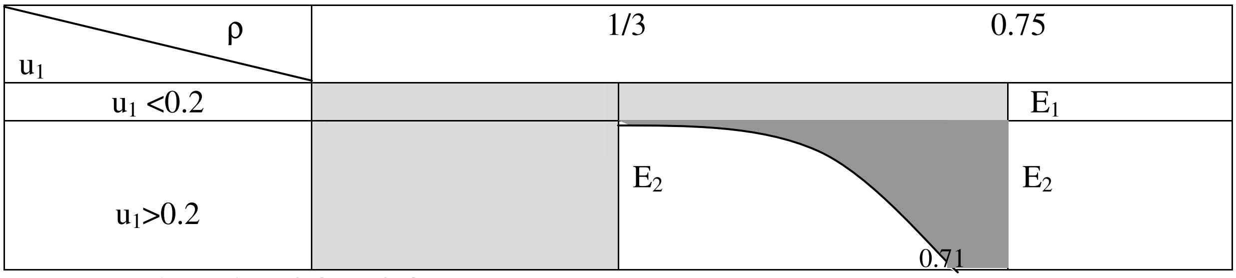


Tableau 6a T=1, s=0.8 r= 0.4

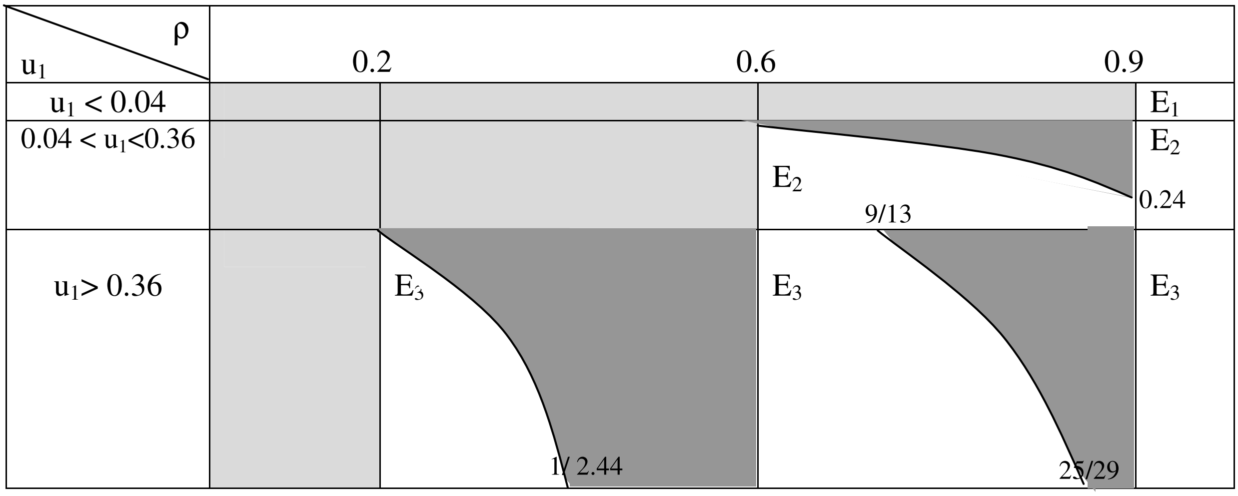


Tableau 6b T=2, s= 0.8 r= 0.4

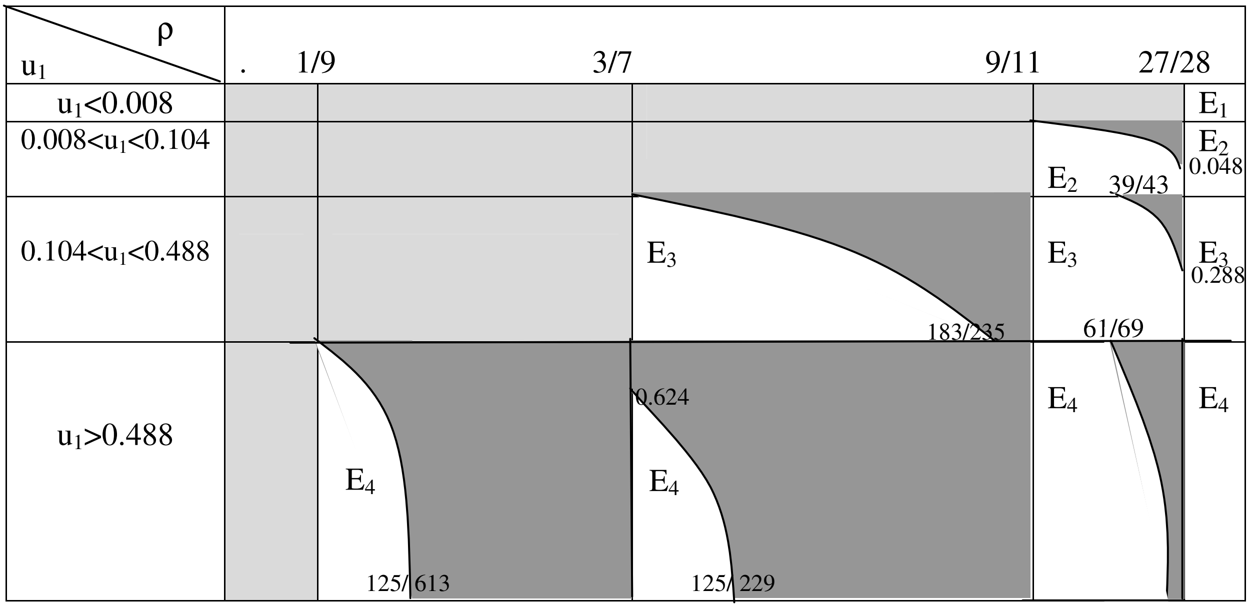


Tableau 6c T=3, s=0.8 r= 0.4

125/133

Outre les discontinuités commentées ci-dessus, on observe que le nombre de zones dans lesquelles $\neq p_C$ est positive, ainsi que leur dispersion, augmentent quand T augmente. L'aire, dans le repère (ρ, u_1), couverte par ces zones augmente sensiblement quand T augmente. Ce fait est un argument en faveur de l'allongement de T : l'augmentation de T augmente l'éthique du plaider coupable à l'égard du coupable. Ce résultat renforce un autre argument en faveur de l'augmentation de T, à savoir le fait que l'augmentation de T augmente l'intervalle de valeurs de ρ pour lequel il existe un équilibre dans lequel le coupable reconnaît partiellement sa culpabilité, cet intervalle tendant rapidement vers]0, 1[quand T croît. Compte tenu du fait que les équilibres avec plaider coupable sont éthiquement supérieurs aux équilibres classiques en ce qui concerne l'erreur de jugement vis-à-vis de l'innocent et l'erreur moyenne de jugement de la justice, et qu'ils peuvent être éthiquement supérieurs en terme d'erreur de jugement vis-à vis du coupable, l'augmentation de T est ainsi profitable à l'éthique.

Ces tableaux attirent l'attention sur les gains que retire un innocent de la procédure du plaider coupable, même quand u_1 reste faible. Ainsi pour T=1, et ρ supérieur à 1/3, si on fixe u_1 à 0.3, l'innocent est innocenté avec la probabilité 0.65, qui s'avère supérieure à celle de l'équilibre classique, qui vaut 0.6 si ρ est entre 1/3 et 0.75 et 0 si ρ est supérieur à 0.75. En bref, une valeur de u_1 modérée garantit d'être innocenté avec la probabilité 0.65 quelle que soit la valeur de ρ (vu que pour $\rho < 1/3$, l'individu est innocenté avec la probabilité 1).
Ce fait est encore plus net quand T croît. Ainsi, pour T = 3, un u_1 même très faible, par exemple u_1= 0.15, assure une probabilité d'acquittement minimale de 0.6825 à l'innocent, alors que sans plaider coupable, cette probabilité chute à 0.648 pour ρ entre 3/7 et 9/11, à 0.216 pour ρ entre 9/11 et 27/28 et 0 pour > 27/28. Pour u_1= 0.3, la probabilité d'acquittement minimale d'un innocent devient 0.795, alors que sans plaider coupable, elle chute à 0.648, 0.216 et 0 pour les valeurs de ρ précitées.
Le résultat le plus marquant concerne les valeurs élevées de ρ :

Proposition 8
L'amélioration de la situation de l'innocent est particulièrement sensible lorsque son dossier au départ est lourd (ρ élevée), c'est-à-dire lorsque, intuitivement, il pourrait être tenté de plaider coupable. C'est dans ce cas que la procédure du plaider coupable lui vient le plus en aide, non pas en l'incitant à plaider coupable pour échapper à une condamnation presque certaine, mais au contraire en lui garantissant une probabilité de condamnation très limitée au procès.

Dans l'exemple numérique cette probabilité de condamnation maximale vaut 0.35 quand T=1 et 0,205 quand T=3, quand u est fixé à 0.3, alors que l'innocent se fait condamner avec la probabilité 1 dans l'équilibre classique quand ρ est très élevé. Ce résultat découle du fait que, pour une valeur de u_1 donnée, dans l'équilibre avec plaider coupable, un innocent va toujours au procès alors qu'un coupable plaide coupable avec une probabilité qui croît avec ρ. Il résulte que la probabilité d'être face à un innocent ne chute pas malgré la hausse de ρ, ce qui permet d'innocenter avec une probabilité élevée même quand ρ est élevée.

5 Choisir le moment où on plaide coupable

Il est fréquent de croire que le fait de pouvoir plaider coupable à différents moments de la procédure judiciaire modifie le comportement des acteurs. En effet, vu que les décisions d'un procès sont basées sur l'ensemble des enquêtes réalisées, un acteur peut être tenté d'attendre que son dossier se précise (vers plus ou moins de preuves de culpabilité) avant de décider d'éventuellement plaider coupable. Ce comportement est autorisé, notamment dans les pays anglo-saxons, où il est possible de plaider coupable à différents moments de la procédure judiciaire, jusqu'au procès inclus. En contrepartie, la réduction de peine accordée chute au fur et à mesure que le temps s'écoule. On peut donc a priori s'attendre à ce que le choix de la date du plaider coupable s'apparente à un problème de date optimale : plaider coupable trop tôt

peut s'avérer une erreur, que l'on soit innocent ou coupable, le dossier évoluant peut-être vers moins de culpabilité ; à l'inverse, plaider coupable trop tard, quand le dossier est, à tort ou à raison, mal engagé, peut également s'avérer non judicieux car la réduction de peine sera limitée.
Cette date optimale peut être la première date possible, si les réductions de peines dues aux aveux chutent suffisamment d'une période à l'autre. Ainsi on montre dans cette section que, même si un acteur peut choisir de plaider coupable après chaque évolution de dossier, il ne le fera pas à l'équilibre, si les augmentations de peines sont suffisamment conséquentes d'une période à l'autre. Plus précisément, on montre qu'il est possible d'obtenir les mêmes équilibres séquentiels que ceux obtenus dans la section précédente où l'on ne pouvait plaider coupable qu'au début de la procédure.
Précisons ces propos en présentant le modèle. Le jeu est représenté en figure 5 pour 2 séquences d'évolutions du dossier, soit 3 périodes de jeu.

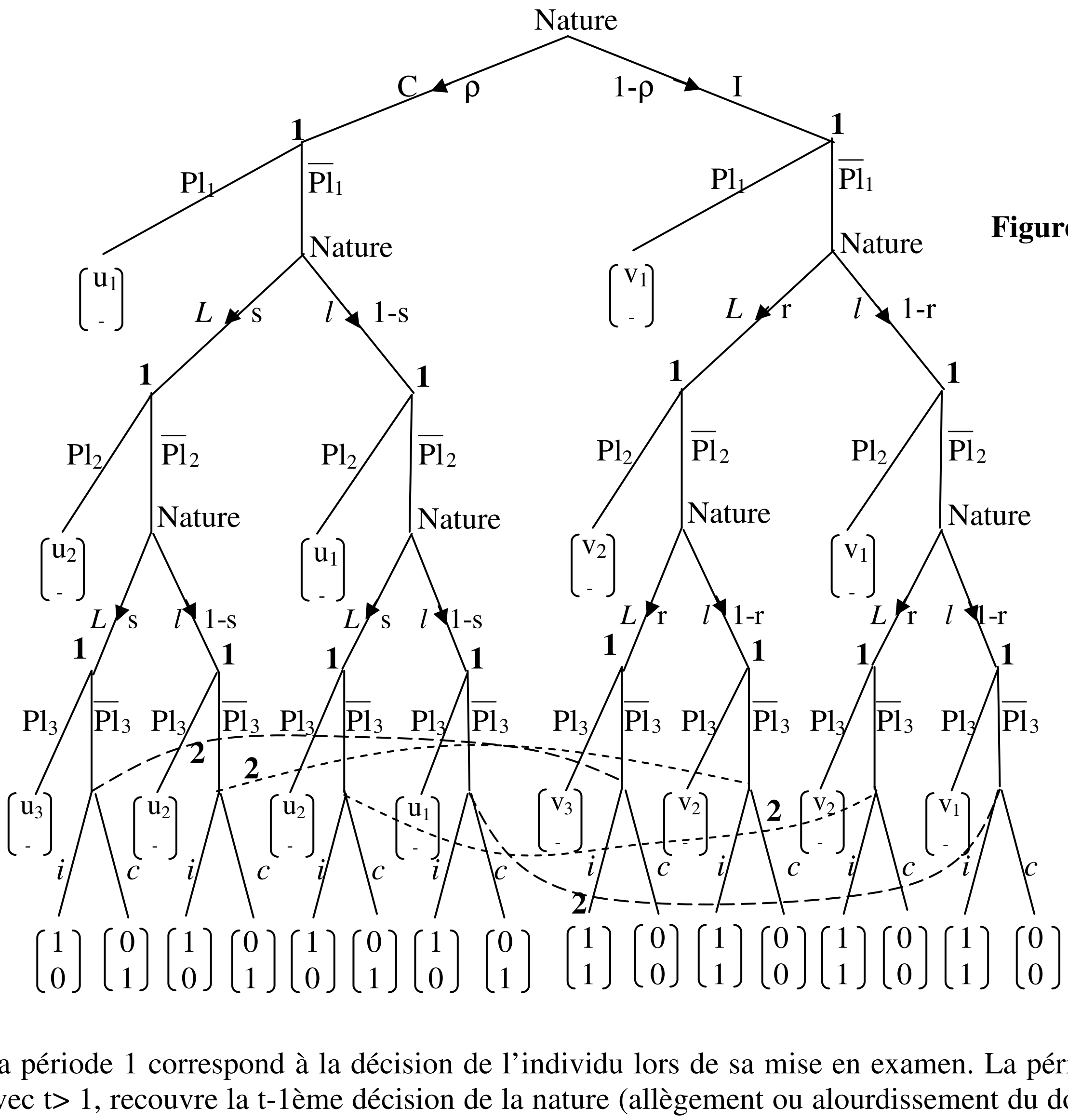


Figure 5

La période 1 correspond à la décision de l'individu lors de sa mise en examen. La période t, avec t> 1, recouvre la t-1ème décision de la nature (allègement ou alourdissement du dossier) suivie de la décision de l'individu de plaider ou non coupable. La période T+1 désigne la T^{ème} décision de la nature (Tème rebondissement du dossier) suivie de la décision de l'acteur de plaider ou non coupable, la décision de ne pas plaider coupable étant suivie du procès et de la décision de la justice. On note Pl_k et $\overline{Pl}_k$ le fait de plaider coupable ou de ne pas plaider coupable à la k^{ème} période.

Pour un coupable, respectivement pour un innocent, le dossier s'alourdit de la période t à la période t+1 avec la probabilité s, respectivement r, et s'allège (ou reste inchangé) avec la probabilité complémentaire, avec $r<s$.
On note u_1, respectivement v_1, l'utilité du mis en examen suite au fait de plaider coupable en période 1 et $u(t)$, respectivement $v(t)$, l'utilité du mis en examen suite au fait de plaider coupable à la période t, lorsqu'il est coupable, respectivement innocent. Et on note u_k et v_k l'utilité du mis en examen suite au fait de plaider coupable après k-1 alourdissements du dossier, lorsqu'il est respectivement coupable et innocent. On suppose que si le dossier s'alourdit de la période t à la période t+1, $u(t+1)$ est défini comme suit :
$0 \leq u(t+1) \leq \max(0, [u(t) - (1-s)]/s)$
Cette hypothèse assure que $u(t) > u(t+1)$ pour tout $u(t) > 0$. Elle n'implique néanmoins pas nécessairement une chute brutale des u_k. Prenons par exemple $u_1 = 0.6$ et $s = 0.8$. Il découle que u_2 peut être proche de 0.5, u_3 proche de 0.375, u_4 proche de 0.21875, u_5 proche de 0.0234375, seuls les u_k ultérieurs étant nuls. Ainsi la première chute de 0.6 à une valeur proche de 0.5 reste mesurée. Et cette chute est d'autant plus mesurée que s est élevée, ce qui montre qu'il est possible de faire aller de paire une rétribution longtemps semblable avec des enquêtes bien menées. Ainsi, pour $s = 0.95$, et $u_1=0.6$, on obtient successivement u_2 proche de 0.5789, u_3 proche de 0.5568, u_4 proche de 0.5335, u_5 proche de 0.5090, u_6 proche de 0.4831……
On suppose aussi que, si un dossier s'allège (ou reste contant) de la période t à la période t+1, $u(t) = u(t+1)$ et $v(t) = v(t+1)$, respectivement pour un coupable et un innocent. Enfin on supposons que $v(t) < u(t)$ ou $v(t) = u(t)$ si $u(t)=0$, suite à un même enchaînement d'actions.

Observons d'abord que beaucoup de gains n'interviennent pas dans les calculs d'équilibre. On se contente ainsi d'écrire que $v(t)$ est inférieure à $u(t)$ suite à une évolution identique du dossier, sans chercher à préciser davantage $v(t)$. Seule cette infériorité, couplée à l'infériorité de r par rapport à s, sera importante à l'équilibre. On omet également de spécifier les gains de la justice suite aux décisions de plaider coupable, car ils n'auront pas d'impact. Toutefois, le fait d'écrire $u(t) = u(t+1)$ et $v(t+1) = v(t)$ encas d'allègement du dossier de la période t à la période t+1, traduit indirectement le fait que la justice préfère qu'un acteur plaide coupable rapidement, ce qui permet de limiter l'investissement et donc le coût de la justice. En effet, cette égalité exprime les deux faits contradictoires suivants : on préfère que le mis en examen plaide coupable le plus en amont possible, ce qui incite à pénaliser davantage quelqu'un qui ne prend cette décision que tardivement, mais on tient également compte du fait que l'enquête l'innocente avec une probabilité plus importante, ce qui conduit à le pénaliser moins.
Revenons encore sur l'hypothèse de fixation des $u(t)$. Ainsi, si $u(t)$ est supérieur à 1-s, et si le dossier s'est alourdi de la période t à la période t+1, on a $u(t) > s\, u(t+1) + (1-s)$, ce qui assure qu'il vaut mieux, pour un coupable, plaider coupable en période t plutôt qu'en période t+1 suite à un alourdissement du dossier, et ce même si un allègement du dossier est suivi d'acquittement. Cette hypothèse sera essentielle dans l'incitation à ne plaider coupable qu'en période 1, mais on peut noter qu'elle ne dit rien quant au comportement suite à un allègement du dossier : comme on n'a pas $u_i > (1-s)u_i + s$, il n'y a pas d'hypothèse garantissant que si on ne passe pas aux aveux en période t, on n'y passera pas en période t+1.

On montre dans un premier temps la proposition 9 ci-après :

Proposition 9
Pour $u_1 > 1-s^T$, à condition de choisir u_{k+1} proche de $[u_k - (1-s)]/s$, de sorte que u_{T+1} soit positif, il existe un unique équilibre séquentiel éthique, identique à l'équilibre E_{T+1} de la section précédente, défini comme suit :

- Si $\rho < \rho_0$ ($=rT/(s^T+r^T)$), le mis en examen va toujours au procès et sera systématiquement acquitté.
- Si $\rho > \rho_0$, alors :

- L'individu ne plaide jamais coupable s'il est innocent ;
- Un coupable ne plaide jamais coupable à partir de la deuxième période. A la première période, il va au procès avec la probabilité p et il plaide coupable avec la probabilité complémentaire ; p vaut $(1-\rho)r^T/(\rho s^T)$.
- La justice innocente l'individu à tous les procès à l'exception de celui qui fait suite à un alourdissement du dossier à chaque période. Dans ce dernier cas, la justice innocente l'individu avec la probabilité q et l'accuse avec la probabilité complémentaire ; q est égale à $(u_1-1+s^T)/s^T$.

La preuve de la proposition 9 est donnée en annexe 5.

Plus généralement, pour l'ensemble des valeurs u_1 possibles, on obtient la proposition 10 :

Proposition 10

Pour u_1 tel que $1-\sum_{j=0}^{i} C_T^{T-j}(1-s)^j s^{T-j} < u_1 < 1-\sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j}(1-s)^j s^{T-j}$, i de 0 à T[7], il existe un équilibre séquentiel identique à l'équilibre E_{T-i+1}, caractérisé par :

- Si $\rho < \rho_i$, le mis en examen va toujours au procès et les comportements de la justice sont ceux de la procédure classique (pour $\rho_j < \rho < \rho_{j+1}$, la justice acquitte s'il y a j+1 allègements de dossiers ou davantage et condamne sinon, j de 0 à i-1, et pour $\rho < \rho_0$, la justice acquitte systématiquement).
- Si $\rho > \rho_i$, alors :

- L'individu ne plaide jamais coupable s'il est innocent ;
- Un coupable ne plaide jamais coupable à partir de la deuxième période. A la première période, il va au procès avec la probabilité p et il plaide coupable avec la probabilité complémentaire ; $p=(1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}/(\rho(1-s)^i s^{T-i})$
- La justice innocente quand il y a plus de i allègements du dossier, accuse quand il y a moins de i allègements et innocente avec la probabilité q quand il y a i allègements du dossier, avec q définie par : $u_1= 1-\sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j}(1-s)^j s^{T-j} -(1-q)\,C_T^{T-i}(1-s)^i s^{T-i}$.

La preuve de la proposition 10 est donnée en annexe 6.

En d'autres termes, il n'est pas nécessaire d'imposer à un mis en examen de plaider coupable dès le début. A condition de fixer les u_k de sorte que $0 \le u_{k+1} \le \max(0, u_k/s-(1-s)/s)$, pour k de 1 à T, le coupable, systématiquement, plaidera uniquement coupable au début de la procédure même si on lui offre la possibilité de le faire plus tard. La liberté de choix du mis en examen et l'agrandissement considérable de son espace de stratégies (vu qu'il intervient après chaque évolution du dossier) sont donc sans intérêt stratégique pour lui, vu qu'il ne plaidera plus coupable à partir de la période 2 et ce quelle que soit la valeur u_1 de départ. Notons encore que si ce phénomène est intuitif quand les u_k chutent drastiquement, il l'est moins quand les u_k chutent faiblement d'une période à l'autre, ce qui peut survenir quand s est très élevée, i.e. quand les enquêtes policières sont bien menées. Ceci montre aussi, indirectement, la nécessité, en politique juridique, de lier la valeur des u_k à la qualité des enquêtes policières. Si les enquêtes sont mal faites, ce qui peut conduire un coupable à espérer de nombreux

[7] Pour i=0, il suffit d'enlever les termes en i-1.

allègements de son dossier (on suppose toutefois toujours que s>r), il faut dissuader le coupable d'attendre et donc le menacer de valeurs u_k fortement décroissantes dans le temps. A l'inverse, si les enquêtes sont bien faites, le coupable doit s'attendre quasi systématiquement à des alourdissements de dossiers qui risquent de se solder en une condamnation si on arrive au procès, ce qui dissuade le coupable d'attendre. Notons encore, une fois de plus, le rôle essentiel du coupable. En particulier, la condition centrale portant sur l'établissement des valeurs u_k ne fait pas apparaître r ; seule s y intervient. Cela montre une fois encore combien le bien-être de l'innocent, et donc son comportement, dépendent du comportement et du bien-être espéré du coupable.

6. Conclusion

Un résultat simple de ce travail est que, quelle que soit la durée des enquêtes, et quelles que soient les peines attribuées à quelqu'un qui reconnaît immédiatement sa culpabilité, il existe, soit un équilibre identique à celui observé dans la procédure classique, soit un équilibre qui lui est éthiquement supérieur, du moins en termes d'erreur moyenne de jugement de la justice et en termes d'erreur de jugement vis-à-vis d'un innocent. Cet équilibre peut aussi s'avérer éthiquement supérieur en termes d'erreur de jugement à l'égard du coupable ; on a notamment montré, en particulier lorsque la durée du temps d'enquête est élevé, que pour de nombreux intervalles de valeurs de u_1, tant faibles qu'élevées, il existe des intervalles de valeurs de probabilités de culpabilité a priori, tant faibles qu'élevées, qui incitent le coupable à adapter sa probabilité de plaider coupable de sorte à diminuer la probabilité qu'un coupable sorte innocenté. Enfin, tous ces équilibres respectent l'exigence éthique qu'un innocent ne plaide jamais coupable.

On a également montré que la validité de ces résultats s'étend au cas où il est possible de reconnaître sa culpabilité tout au long de la procédure juridique, de la mise en examen au procès, à condition de choisir les peines attribuées aux auto-dénonciations de façon croissante dans le temps, le taux de croissance étant lié à la qualité des enquêtes ; plus précisément ce taux est d'autant plus croissant que la qualité des enquêtes à l'égard d'un coupable est faible. En procédant ainsi, il est possible d'établir les mêmes équilibres que ceux obtenus avec la procédure de reconnaissance de culpabilité immédiate. En particulier, la liberté de plaider coupable tout au long de la procédure juridique n'est alors pas exploitée, un coupable ne plaidant pas coupable ou ne plaidant coupable qu'au début de la procédure.

Il ressort ainsi de notre étude que l'inquiétude selon laquelle la possibilité de plaider coupable serait fondamentalement non éthique et pourrait notamment pousser un innocent à plaider coupable, n'est pas exacte. Certes, il est facile d'établir des équilibres séquentiels dans lesquels l'innocent plaide coupable – ce d'autant plus que les croyances hors équilibre sont très libres et peuvent donc être choisies de sorte à favoriser la condamnation au procès- mais, pour les plages de valeurs pour lesquelles existent ces équilibres, il existe toujours un autre équilibre qui ne vérifie pas ces craintes.

Toutefois, il importe de signaler que tous les résultats obtenus reposent sur deux hypothèses centrales, indispensables aux démonstrations.

On a d'une part supposé que, lorsque le bien-être associé à une condamnation et à un acquittement au procès sont normés de la même manière pour un coupable que pour un innocent (à savoir 1 pour l'acquittement et 0 pour la condamnation), alors un innocent vit plus mal une reconnaissance de culpabilité qu'un coupable (v est plus faible que u). Cette hypothèse traduit, rappelons-le, l'idée que le fait de reconnaître qu'on est coupable alors qu'on se sait innocent induit un coût moral important, indépendant des peines encourues.

Mais cette hypothèse, essentielle aux résultats, comprend en soi un biais stratégique, vu que, toutes choses étant égales par ailleurs, elle encourage davantage la reconnaissance de culpabilité par un coupable que par un innocent.
On a d'autre part supposé qu'un dossier a plus de risques de s'alourdir pour un coupable que pour un innocent ($r < s$). Cette hypothèse, également essentielle aux démonstrations, peut s'avérer fausse, notamment dans les cas où on pressé de trouver un coupable. Ces cas peuvent conduire à bâcler les enquêtes de sorte à alourdir le dossier d'un innocent aussi vite qu'on alourdirait le dossier d'un coupable. Cette hypothèse peut également s'avérer fausse, ou insuffisante, lorsqu'on prend en compte l'intérêt de certains acteurs de la justice. On a en effet supposé que la justice n'a qu'un objectif, innocenter les innocents et condamner les coupables. Un avocat, notamment s'il est bien payé par son client, peut adopter comme objectif celui de son client et donc s'éloigner de l'objectif précité. Son talent consistera alors, notamment s'il défend un coupable, à fausser les notions d'alourdissements et d'allègements d'un dossier. Un dossier pourtant alourdi pourra ainsi paraître léger, de sorte que les probabilités entrant dans le calcul des acteurs en charge du verdict risquent d'être fort éloignées des valeurs qu'elles ont dans les démonstrations.

Bibliographie :

Ancelot L ,2008. Théorie économique du plaider-coupable, Document de Travail BETA
Baker S. & Mezzetti C. 2001. Prosecutorial resources, plea bargaining, and the decision to go to trial, *Journal of Law, Economics and Organization* 149-167.
Bjerk D. 2007. Guilt shall not escape or innocence suffer? The limits of plea bargaining when defendant guilt is uncertain, *American Law and Economics Review*, 305-329.
Desorgues P 2005. Le plaider coupable en procès, Archives Réforme n°3133, http :www.reforme.net/rchive2/article.php ?num=3133&ref=648
Grossman G. & Katz M. 1983. Plea bargaining and social welfare, *The American Economic Review* vol 73,n°4, 749-757.
Salles A. 2008 : Justice, la commission Gauchard veut développer la transaction au civil comme au pénal, *Le Monde* 01/07/08
Note de synthèse du Sénat: http://www. senat.fr/lc/lc122/lc1229.html

Annexe 1

Le concept d'équilibre utilisé est le concept d'équilibre séquentiel.
Trouvons d'abord la nature des équilibres possibles.
Il ne peut exister d'équilibre dans lequel seul l'innocent va au procès avec une probabilité positive, vu qu'il y serait toujours innocenté, ce qui conduirait le coupable à opter également pour le procès. De même il ne peut exister d'équilibre dans lequel seul le coupable va au procès avec une probabilité positive, car il y serait condamné, ce qui le conduirait à plaider coupable.
Si la justice innocente en h_L - i.e. après un alourdissement du dossier - avec une probabilité positive, elle innocente en h_l –i.e. après un allègement- avec la probabilité 1, vu que la probabilité d'être face à un innocent en h_l est toujours supérieure ou égale à celle d'être face à un innocent en h_L, du fait que $r<s$. Il résulte qu'il ne pourra exister d'équilibre dans lequel le coupable va au procès avec la probabilité 1, alors que l'innocent joue les deux actions disponibles avec une probabilité positive. En effet, l'indifférence entre les deux actions nécessite l'égalité $v_1= rq_{hL} +(1-r)q_{hl}$, où q_{hL} et q_{hl} sont respectivement la probabilité

d'innocenter en h_L et en h_l. Il découle que $u_1>v_1= rq_{hL} +(1-r)q_{hl} > sq_{hL} +(1-s)q_{hl}$, vu que $r<s$ et $q_{hL}<q_{hl}$, d'où que le coupable dévierait en plaidant coupable.
De même il ne peut y avoir d'équilibre dans lequel les deux individus vont tous deux au procès avec une probabilité positive et plaident tous deux coupable avec une probabilité positive. L'indifférence requise entre les deux actions exigerait en effet la double égalité $v_1= rq_{hL} +(1-r)q_{hl}$ et $u_1= sq_{hL} +(1-s)q_{hl}$ qui ne peut être vérifiée vu que $u_1>v_1$, $r<s$ et $q_{hL}<q_{hl}$.
Il n'y a donc que 3 types d'équilibres possibles : ceux où l'innocent et le coupable vont au procès, ceux où les deux plaident coupable et ceux où l'innocent va au procès et le coupable joue ses deux actions avec une probabilité positive. Cherchons ces équilibres.

Cas 1 : les deux types de mis en examen vont au procès avec la probabilité 1

Il découle que $\mu(y_1)$ et $\mu(y_2)$, les croyances en y_1 et y_2, sont définies par : $\mu(y_1) = (1-\rho)r/ [(1-\rho)r+\rho s]$ et $\mu(y_2) = (1-\rho)(1-r)/ [(1-\rho)(1-r)+\rho(1-s)]$. Comme $\mu(y_1) \leq \mu(y_2)$ on sait que si la justice innocente avec une probabilité positive en h_L, elle innocente avec la probabilité 1 en h_l. De plus, il est indispensable que la justice innocente en h_l avec une probabilité positive, faute de quoi les deux types de mis en examen dévieraient vers la reconnaissance de culpabilité.
D'où les deux cas possibles :

- Si $\rho< r/(r+s)$, alors $½ < \mu(y_1) < \mu(y_2)$, d'où la justice joue i en h_L et en h_l, ce qui justifie que les deux types de mis en examen aillent au procès avec la probabilité 1, d'où un premier équilibre séquentiel caractérisé par le profil de stratégies :

($\overline{Pl}$/C, $\overline{Pl}$/I, i/h_L, i/h_l) quand $\rho< r/(r+s)$.

- Si $r/(r+s) < \rho < (1-r)/(1- r + 1- s)$, alors $\mu(y_1) < ½ < \mu(y_2)$ et la justice condamne en h_L et innocente en h_l. Aussi les deux types de mis en examen jouent $\overline{Pl}$, si et seulement si $u_1< 1-s$ (car alors on a aussi $v_1 <u_1<1-s < 1-r$), d'où un 2ème équilibre séquentiel caractérisé par le profil de stratégies :

($\overline{Pl}$/C, $\overline{Pl}$/I, c/h_L, i/h_l) quand $r/(r+s) < \rho< (1-r)/(2-r-s)$ et $u_1 <1-s$.

- Si $\rho > (1-r)/(1-r +1-s)$, alors $\mu(y_1) <\mu(y_2) < ½$ et la justice condamne en h_L et en h_l ce qui induit une déviation des deux agents vers la reconnaissance de culpabilité.

Cas 2 : les deux individus plaident coupable avec la probabilité 1

Une première remarque s'impose. Ces équilibres existent quelles que soient les valeurs de ρ, r et s, car il est toujours possible d'introduire des probabilités minimales (perturbations) assurant que $\mu(y_1)$ et $\mu(y_2)$ soient inférieures à ½, ce qui induit le jeu de c en h_L et en h_l et ainsi justifie le fait que les deux types de mis en examen plaident coupable avec la probabilité 1 (il suffit que la probabilité minimale d'aller au procès de l'innocent soit beaucoup plus faible que celle du coupable).
Toutefois, beaucoup de ces équilibres sont peu crédibles ; plus précisément, on ne retiendra ici que les équilibres dans lesquels les probabilités minimales d'aller au procès sont au moins aussi grandes pour l'innocent que pour le coupable (ceci revient à adopter le point de vue des critères d'induction projective, qui prennent en compte le fait qu'un innocent est structurellement plus attiré par le procès qu'un coupable au sens où $u_1>v_1$).
On observe qu'il n'est pas optimal de plaider coupable si la justice innocente en h_L et en h_l, d'où qu'il n'y aura pas d'équilibre du type cherché quand $r/(r+s) > \rho$ (en respectant la règle sur les probabilités minimales donnée ci-dessus). D'où deux cas sont possibles.
- Si $r/(r+s) < \rho < (1-r)/(1-r +1-s)$, alors la justice joue i en h_l et peut jouer c en h_L (en attribuant par exemple l'action $\overline{Pl}$ à l'innocent avec la probabilité a priori). D'où les deux types de mis en examen plaident coupable si et seulement si $v_1> 1-r$ (car dans ce cas on a aussi $u_1 > v_1>1-r > 1-s$) d'où l'équilibre séquentiel E_4 caractérisé par le profil de stratégies suivant:
(Pl/C, Pl/I, c/h_L, i/h_l) quand $r/(r+s) < \rho< (1-r)/(2-r-s)$ et $v_1 >1-r$.

- Si $\rho > (1-r)/(1-r+1-s)$, alors la justice peut jouer c en h_L et en h_l (en attribuant par exemple le fait d'observer $\overline{Pl}$ à l'innocent avec la probabilité a priori) ce qui incite effectivement les deux types de mis en examen à plaider coupable, d'où l'équilibre séquentiel E_2 caractérisé par le profil de stratégies suivant :
(Pl/C, Pl/I, c/h_L, c/h_l) quand $\rho > (1-r)/(1-r+1-s)$
Notons que dans ce cas E_4 est également un équilibre séquentiel car il suffit d'introduire des perturbations minimales plus fortes du côté de l'innocent que du coupable, pour pouvoir maintenir l'action i suite à h_l.

Cas 3: l'innocent va au procès avec la probabilité 1, alors que le coupable joue les deux actions possibles avec une probabilité positive.

Ce dernier fait implique que $u_1 = sq_{hL} + (1-s)q_{hl}$ où q_{hL} et q_{hl} désignent respectivement la probabilité d'innocenter en h_L et en h_l. Soit p la probabilité que le coupable aille au procès. Comme on sait que $q_{hL} \leq q_{hl}$, l'étude se scinde en deux :

Sous-cas 31 : $q_{hL} = 0$

$q_{hL} = 0$ n'est possible que si $\mu(y_1) \leq ½$, i.e. si $(1-\rho)r \leq \rho ps$ ce qui n'est possible que si $\rho > r/(r+s)$. Il faut aussi que $u_1 < 1-s$ pour rendre l'égalité $u_1 = (1-s)q_{hl}$ possible. Enfin, comme $q_{hl} = u_1/(1-s)$, il faut que $\mu(y_2) = ½$ d'où $(1-\rho)(1-r) = \rho p(1-s)$ et donc $p = (1-\rho)(1-r)/(\rho(1-s))$, ce qui n'est possible que si $\rho \geq (1-r)/(1-r+1-s)$. D'où un premier équilibre séquentiel dont le profil de stratégies est caractérisé par :
($\overline{Pl}$/I, $\overline{Pl}$/C avec la probabilité $p = (1-\rho)(1-r)/(\rho(1-s))$ et Pl/C avec la probabilité complémentaire, c/h_L, i/h_l avec la probabilité $q_{hl} = u_1/(1-s)$ et c/h_l avec la probabilité complémentaire), pour $u_1 < 1-s$ et $\rho \geq (1-r)/(1-r+1-s)$.

Sous- cas 32 : $q_{hL} > 0$, d'où $q_{hl} = 1$

On ne peut avoir $q_{hL} = 1$, faute de quoi les deux types de mis en examen vont au procès avec la probabilité 1. D'où il faut $\mu(y_1) = ½$, c'est-à-dire $(1-\rho)r = \rho ps$ d'où $p = (1-\rho)r/(\rho s)$, ce qui n'est possible que si $\rho > r/(r+s)$. Comme $0<p<1$, le coupable doit être indifférent entre ses deux actions d'où $u_1 = sq_{hL} + (1-s)$, ce qui n'est possible que si $u_1 > (1-s)$. On a alors $q_{hL} = [u_1-(1-s)]/s$, d'où l'équilibre séquentiel caractérisé par le profil de stratégies:
($\overline{Pl}$/I, $\overline{Pl}$/C avec la probabilité $p = (1-\rho)r/(\rho s)$ et Pl/C avec la probabilité complémentaire, i/h_l, i/h_L avec la probabilité $q_{hL} = (u_1-(1-s))/s$ et c/h_L avec la probabilité complémentaire), pour $u_1 > 1-s$ et $\rho \geq r/(r+s)$.

Annexe 2

Montrons que E_{T-i+1}, pour i de 0[8] à T, est un équilibre séquentiel pour $\rho > \rho_i$ et u_1 tel que $1-\sum_{j=O}^{i} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} < u_1 < 1-\sum_{j=O}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$.

On observe d'abord que q, la probabilité d'innocenter suite à i allègements de dossiers, assure l'égalité des gains pour le coupable lorsqu'il plaide coupable et lorsqu'il va au procès, ce qui justifie sa probabilité p d'aller au procès, strictement comprise entre 0 et 1. En effet q est définie par $u_1 = 1-\sum_{j=O}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} - (1-q) C_T^i (1-s)^i s^{T-i}$, et le coupable, s'il va au procès, est

[8] Pour i = 0, il suffit d'enlever les termes $\sum_{j=O}^{i-1} C_T^j \dots$

accusé s'il y a moins de i allègements du dossier et est accusé avec la probabilité (1-q) quand il y a i allègements.
Il découle que l'innocent gagne à aller au procès avec la probabilité 1, car

$$v_1 < u_1 = 1- \sum_{j=O}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} - (1-q) C_T^i (1-s)^i s^{T-i} < 1- \sum_{j=O}^{i-1} C_T^j (1-r)^j r^{T-j} - (1-q) C_T^i (1-r)^i r^{T-i}$$

L'inéquation $1- \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} -(1-q) C_T^i (1-s)^i s^{T-i} < 1- \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-r)^j r^{T-j} -(1-q) C_T^i (1-r)^i r^{T-i}$

découle du fait que $1= \sum_{j=0}^{T} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} = \sum_{j=0}^{T} C_T^j (1-r)^j r^{T-j}$

D'où $\sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} + (1-q) C_T^i (1-s)^i s^{T-i} + q C_T^i (1-s)^i s^{T-i} + \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} = \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-r)^j r^{T-j} +$

$(1-q) C_T^i (1-r)^i r^{T-i} + q C_T^i (1-r)^i r^{T-i} + \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j (1-r)^j r^{T-j}$.

Ou encore $A_s + q C_T^i (1-s)^i s^{T-i} + B_s = A_r + q C_T^i (1-r)^i r^{T-i} + B_r$ avec

$A_s = \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} + (1-q) C_T^i (1-s)^i s^{T-i}$, $A_r = \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-r)^j r^{T-j} + (1-q) C_T^i (1-r)^i r^{T-i}$

$B_s = \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$ et $B_r = \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j (1-r)^j r^{T-j}$.

De deux choses l'une :
Soit $(1-s)^i s^{T-i} > (1-r)^i r^{T-i}$, auquel cas $(1-s)^j s^{T-j} > (1-r)^j r^{T-j}$ pour tout $j \leq i$ d'où $A_s > A_r$ et $v_1 < u_1 = 1-A_s < 1-A_r$ cqfd.
Soit $(1-s)^i s^{T-i} < (1-r)^i r^{T-i}$, auquel cas $(1-s)^j s^{T-j} < (1-r)^j r^{T-j}$ pour tout j de i à T d'où $B_s < B_r$ et $q(1-s)^i s^{T-i} + B_s < q(1-r)^i r^{T-i} + B_r$. Aussi, comme $A_s + q(1-s)^i s^{T-i} + B_s = A_r + q(1-r)^i r^{T-i} + B_r$, on en déduit que $A_s > A_r$, d'où $v_1 < u_1 = 1-A_s < 1-A_r$ cqfd.

Observons maintenant que le comportement de la justice est optimal compte tenu des croyances découlant de la règle de Bayes appliquée au comportement du mis en examen.
- Suite à i allègements, la croyance d'être face à un innocent vaut $(1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}/[(1-\rho)(1-r)^i r^{T-i} + p\rho(1-s)^i s^{T-i}]$; elle est égale à la probabilité d'être face à un coupable, à savoir $p\rho(1-s)^i s^{T-i}/ [(1-\rho)(1-r)^i r^{T-i} + p\rho(1-s)^i s^{T-i}]$, vu que $p = (1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}/\rho(1-s)^i s^{T-i}$. Cela assure que la justice obtient le même gain en innocentant et en condamnant d'où l'optimalité de q.
Il découle de l'égalité des croyances ci-dessus que la croyance d'être face à un innocent suite à $k > i$ allègements, qui vaut $(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k}/[(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k} + p\rho(1-s)^k s^{T-k}]$, est supérieure à la probabilité d'être face à un coupable, à savoir $p\rho(1-s)^k s^{T-k}/ [(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k} + p\rho(1-s)^k s^{T-k}]$, vu que $r < s$, ce qui justifie l'acquittement. Il découle symétriquement que la croyance d'être face à un innocent suite à $k < i$ allègements, qui vaut $(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k}/[(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k} + p\rho(1-s)^k s^{T-k}]$, est inférieure à la probabilité d'être face à un coupable, à savoir $p\rho(1-s)^k s^{T-k}/ [(1-\rho)(1-r)^k r^{T-k} + p\rho(1-s)^k s^{T-k}]$, vu que $r < s$, ce qui justifie la condamnation.

Le comportement des deux acteurs est donc séquentiellement rationnel.
Enfin comme tous les ensembles d'information de la justice sont sur le chemin d'équilibre, le simple fait que les croyances vérifient la règle de Bayes assure la cohérence des croyances[9]. Ceci assure que E_{T-i+1} est un équilibre séquentiel.

[9] La vérification de la cohérence exige normalement l'introduction de perturbations minimales, triviales dans le cas examiné.

Annexe 3

Etudions d'abord l'erreur à l'égard de l'innocent et l'erreur à l'égard du coupable.
Soit le cas général de l'équilibre E_{T+1-i}, avec i de 0 à T[10], valable pour u_1 tel que $1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} < u_1 < 1- \sum_{j=0}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$. Considérons les différents intervalles de ρ pour lesquels cet équilibre est valable, à savoir tous les intervalles $]\rho_k , \rho_{k+1}[$, pour k allant de i à T-1, et l'intervalle $]\rho^T , 1[$ quand k=T[11].

Soit un intervalle quelconque$]\rho_k , \rho_{k+1}[$, avec k choisi entre i et T-1.[12]

Dans cet intervalle, dans la procédure classique, la probabilité d'erreur à l'égard de l'innocent vaut $\sum_{j=0}^{k} C_T^j r^{T-j}(1-r)^j$ car la justice condamne tant qu'il n'y a pas plus de k allègements du dossier. Cette probabilité, qui croît avec k, est nécessairement supérieure à la probabilité d'erreur à l'égard de l'innocent dans E_{T+1-i}, qui vaut $\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1-r)^j - q\, C_T^i r^{T-i}(1-r)^i$ (car q>0 et i ≤ k).

La probabilité d'erreur à l'égard du coupable dans l'équilibre classique vaut $\sum_{j=k+1}^{T} C_T^j s^{T-j}(1-s)^j$, car la justice innocente chaque fois qu'il y a plus de k allègements du dossier ; cette probabilité décroît avec k. Dans E_{T+1-i} , cette probabilité devient $p[\sum_{j=i+1}^{T} C_T^j s^{T-j}(1-s)^j + q\, C_T^i s^{T-i}(1-s)^i] = pu_1$, qui peut s'avérer supérieure ou inférieure à celle obtenue dans la procédure classique.

Etudions maintenant l'erreur moyenne de la justice dans chaque équilibre E_{T+1-i} , pour i de 0 à T.
Pour i = T, i.e. dans l'équilibre E_1, la probabilité moyenne d'erreur de la justice pour le (premier et dernier) intervalle de valeurs possibles s'écrit : $(1-\rho)\ [1- q(1-r)^T] + \rho pq(1-s)^T] = (1-\rho) + q\ [-(1-\rho)(1-r)^T + \rho p(1-s)^T] = 1-\rho$, qui n'est autre que la probabilité moyenne d'erreur obtenue avec la procédure classique.

Considérons maintenant le cas i <T.
Montrons que la probabilité moyenne d'erreur de la justice est inférieure à celle obtenue avec la procédure classique pour n'importe quel intervalle de valeurs de ρ, $]\rho_k , \rho_{k+1}[$, avec k de i à T-1, et que cette propriété est également vraie pour le dernier intervalle, à savoir $]\rho_T, 1[$. Commençons par ce dernier.
Dans cet intervalle, dans la procédure classique, la justice dénonce systématiquement et sa probabilité d'erreur se résume donc à la probabilité d'être face à un innocent, à savoir 1-ρ.
Dans E_{T-i+1}, la probabilité moyenne d'erreur A s'écrit :

[10] Pour i =0, il suffira d'enlever les termes en i-1.
[11] Cet équilibre vaut évidemment aussi pour les valeurs seuils des intervalles.
[12] Les preuves s'étendent sans difficulté au cas où $\rho \in]\rho_T , 1[$.

$A = (1-\rho)\ [1- \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j - q\, C_T^i\, r^{T-i}(1-r)^i\ ] + \rho p[\ \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j + q\, C_T^i\, s^{T-i}(1-s)^i\ ]$ avec $\rho p = (1-\rho)(1-r)^i r^{T-i} / ((1-s)^i s^{T-i}) = (1-\rho)B$ où $B = (1-r)^i r^{T-i} / ((1-s)^i s^{T-i}$

D'où A s'écrit:

$A = (1-\rho) + (1-\rho)\ [\ \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, (- r^{T-j}(1-r)^j + s^{T-j}(1-s)^j\, B) + q\, C_T^i\, (- r^{T-i}(1-r)^i\ + B s^{T-i}(1-s)^i\ )]$

$= (1-\rho) + (1-\rho)\ [\ \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j\ (-1+ a^{j-i}) +\ q\, C_T^i\, r^{T-i}(1-r)^i\, (-1 + a^{i-i})]$ avec $a= r(1-s)/(s(1-r))$

$=(1-\rho) + (1-\rho)\ \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j\ (-1+ a^{j-i})$

$< (1-\rho)$ vu que $a <1$ cqfd.

Montrons maintenant que la propriété est vraie pour les valeurs de ρ incluses dans $]\rho_k\ ,\ \rho_{k+1}[$, avec k de i à T-1.

La probabilité moyenne d'erreur de la justice dans l'équilibre classique s'écrit :

$=(1-\rho)\ [1- \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j] + \rho[\ \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j\ ]$

$= (1-\rho)\ [1- \sum_{j=k+1}^{T} C_T^{T-j}\, r^{T-j}(1-r)^j + \frac{\rho}{1-\rho}\ [\ \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j] = D$

L'objectif est de montrer que $A <D$ d'où que

$A' = 1 + \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j\ (-1+ a^{j-i}) < D'= 1- \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j + \frac{\rho}{1-\rho}\ \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j$

Comme $\rho/(1-\rho)$ est une fonction croissante de ρ, le terme de droite est minimal pour ρ tendant vers ρ_k.

On a donc :

$1- \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j + \frac{\rho}{1-\rho}\ \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j \geq D''= 1- \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j + \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\ s^{T-j}(1-s)^j\ (1-r)^k r^{T-k} / ((1-s)^k s^{T-k}) = 1 + \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\ r^{T-j}(1-r)^j\ .[-1+ a^{j-k}]$

On peut ainsi distinguer les deux sous-cas :

- Si $k= i$, $A' =D'' < D'$ pour toute valeur de ρ supérieure à ρ_k .
- Si $k > i$, on a $A'-D'' = \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j\ r^{T-j}(1-r)^j\ (-1+ a^{j-i}) - \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\ r^{T-j}(1-r)^j\ .(-1+ a^{j-k})$

$< \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j\ (-1+ a^{j-i}) - \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\ r^{T-j}(1-r)^j\ .(-1+ a^{j-k}) = E$

car $k>i$, $j >i$ et $a <1$.

$E = \sum_{j=k+1}^{T} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j a^{j-k}[-1+a^{k-i}] < 0$ pour tout k de i+1 à T-1 car $a <1$. Il découle que la probabilité moyenne d'erreur de la justice dans E_{T+1-i} est strictement inférieure à celle obtenue avec la procédure classique.

Annexe 4

On a montré en annexe 3 que la probabilité moyenne d'erreur de la justice s'écrit

$(1\text{-}\rho) + (1\text{-}\rho) \sum_{j=i+1}^{T} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j (-1+ a^{j-i})$ avec a= r(1-s)/s(1-r) <1.[13]

Cette écriture fait ressortir les faits suivants. Pour une valeur de ρ donnée, la probabilité moyenne d'erreur de la justice croît avec i, où E_{T+1-i} est un équilibre possible pour ρ. En effet, passer de i à i+1 implique le passage de

$\sum_{j=i+1}^{T} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j (-1+ a^{j-i}) = \sum_{j=i+2}^{T} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j (-1+ a^{j-i}) + C_T^{i+1} r^{T-i-1}(1\text{-}r)^{i+1} (-1+ a)$ à

$\sum_{j=i+2}^{T} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j (-1+ a^{j-i-1})$. Or $-1+a^{j-i} < -1+a^{j-i-1}$ et $C_T^{i+1} r^{T-i-1}(1\text{-}r)^{i+1} (-1+ a) < 0$, cqfd.

Ainsi la probabilité d'erreur moyenne de la justice chute quand on passe d'un équilibre E_j à un équilibre E_{j+1}, j de 0 à T. Comme ce passage coïncide avec une hausse de u_1, il découle que l'augmentation de u_1 fait chuter l'erreur moyenne de la justice. De plus, comme, pour une même valeur de ρ, la probabilité moyenne d'erreur de la justice ne change pas en fonction de u_1 dans l'équilibre classique, il résulte que la chute de la probabilité moyenne d'erreur de la justice, permise par le passage de la procédure classique à la procédure avec plaider coupable, $\neq p_m$, est d'autant plus conséquente que u_1 est élevée. Il est facile de constater qu'il en va de même pour la diminution de l'erreur de jugement commise à l'égard d'un innocent.

Prouvons à présent la $2^{ème}$ partie de la proposition 7.

Pour les valeurs de u_1 telles que $1\text{-} \sum_{j=O}^{i} C_T^j (1-s)^j s^{T-j} < u_1 < 1\text{-} \sum_{j=O}^{i-1} C_T^j (1-s)^j s^{T-j}$ (et $u_1 > 1\text{-}s^T$ pour i = 0), la probabilité moyenne d'erreur de la justice dans E_{T-i+1}, E_{mPCi} ,pour toute valeur de ρ supérieure à ρ_i, peut s'écrire

$E_{mPCi}= (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j - q\, C_T^i r^{T-i}(1\text{-}r)^i] + \rho p[1\text{-} \sum_{j=0}^{i} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j + q\, C_T^i s^{T-i}(1\text{-}s)^i]$

$= (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j] + \rho p[1\text{-} \sum_{j=0}^{i} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j]$ vu la valeur de p

$= (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j] + (1\text{-}\rho)[1\text{-} \sum_{j=0}^{i} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j](1\text{-}r)^i r^{T-i}/ ((1\text{-}s)^i s^{T-i})$

La probabilité moyenne d'erreur de la justice dans l'équilibre classique, E_{mClk}, peut s'écrire :

$E_{mClk}= (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{k} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j] + \rho[1\text{-} \sum_{j=0}^{k} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j]$ pour chaque $]\rho_k, \rho_{k+1}[$ autorisé avec k qui varie de i à T-1, pour $]\rho_T, 1[$ quand k =T.

Il est immédiat que $E_{mClk}\text{-}E_{mPCi}$,est linéaire en ρ.

Il est également immédiat que cette différence tend vers 0 quand ρ tend vers 1 (car alors 1-ρ tend vers 0 et k vaut T ce qui implique que $\rho[1\text{-} \sum_{j=0}^{k} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j] =0$)

Montrons que $E_{mClk}\text{-}E_{mPCi}$ tend vers 0 quand ρ tend vers ρ_i (on a donc k=i). On a

$E_{mCli}\text{-}E_{mPCi}= (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j] + \rho[1\text{-} \sum_{j=0}^{i} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j] - (1\text{-}\rho) [\sum_{j=0}^{i} C_T^j r^{T-j}(1\text{-}r)^j] - (1\text{-}\rho)[1\text{-}$

$\sum_{j=0}^{i} C_T^j s^{T-j}(1\text{-}s)^j](1\text{-}r)^i r^{T-i}/ ((1\text{-}s)^i s^{T-i})$

[13] Cette écriture n'est évidemment valable que pour i <T. Pour i = T, elle devient simplement 1-ρ.

$= \rho[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j] - (1-\rho)[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j](1-r)^i r^{T-i}/ ((1-s)^i\, s^{T-i})$

qui tend vers $\rho_i[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j] - \rho_i[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j]$ quand ρ tend vers ρ_i, donc vers 0.

On observe sans difficulté que $\neq p_m$, qui est égale à E_{mClk}-E_{mPCi}, avec k variant successivement de i à T, est une fonction continue en ρ sur les intervalles $]\rho_k , \rho_{k+1}[$ et sur $]\rho_T, 1]$. L'objectif est de montrer que $\neq p_m$ admet une même limite à gauche et à droite pour chaque valeur seuil ρ_k, avec k de i+1 à T. En fait il suffit de montrer que E_{mClk-1} admet pour valeur limite quand ρ tend vers ρ_k par la gauche la même valeur que la valeur limite de E_{mClk} obtenue pour ρ tendant vers ρ_k par la droite.

La première valeur limite vaut $(1-\rho_k)\ [\sum_{j=0}^{k-1} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j] + \rho_k[1- \sum_{j=0}^{k-1} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j]$, la seconde valeur limite vaut $(1-\rho_k)\ [\sum_{j=0}^{k} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j] + \rho_k[1- \sum_{j=0}^{k} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j]$. Ces deux valeurs sont identiques, vu que, pour ρ_k, on a par définition

$(1-\rho)\, C_T^k\, r^{T-k}(1-r)^k - \rho\, C_T^k\, s^{T-k}(1-s)^k = 0$

Montrons enfin que la différence $\neq p_m$ croît sur un ou plusieurs intervalles avant de décroître sur les intervalles restants. Pour le premier intervalle, $]\rho_i , \rho_{i+1}[$,

$\neq p_m = (1-\rho)\ [\sum_{j=0}^{i} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j] + \rho[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j]- (1-\rho)\ [\sum_{j=0}^{i} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j] - (1-\rho)[1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j](1-r)^i r^{T-i}/ ((1-s)^i\, s^{T-i})$ = constante + $\rho\ [- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j + 1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j + \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, r^{T-j}(1-r)^j + (1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j)(1-r)^i r^{T-i}/ ((1-s)^i\, s^{T-i}]$ = constante + $\rho\ [1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j + (1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j)(1-r)^i r^{T-i}/ ((1-s)^i\, s^{T-i}]$= constante + $\rho\ [1- \sum_{j=0}^{i} C_T^j\, s^{T-j}(1-s)^j]\ .\ [1+(1-r)^i r^{T-i}/ ((1-s)^i\, s^{T-i}]$.

Il découle que le coefficient affectant ρ est positif, ce qui assure la croissance dans le premier intervalle de valeurs de ρ autorisé. On observe ensuite que E_{mClk+1}= E_{mClk}+ $(1-\rho)\, C_T^{k+1}\, r^{T-k-1}(1-r)^{k+1} - \rho\, C_T^{k+1}\, s^{T-k-1}(1-s)^{k+1}]$ = E_{mClk}+ constante - $\rho\, C_T^{k+1}\ [r^{T-k-1}(1-r)^{k+1} + s^{T-k-1}(1-s)^{k+1}]$. Il en découle que le coefficient affecté à ρ, en passant de la différence E_{mClk}-E_{mPli} à la différence E_{mClk+1} –E_{mPli} , est diminué du coefficient $C_T^{k+1}\ [r^{T-k-1}(1-r)^{k+1} + s^{T-k-1}(1-s)^{k+1}]$. Cela explique que le coefficient affecté à ρ décroît en passant de l'intervalle $[\rho_k , \rho_{k+1}]$ à l'intervalle $[\rho_{k+1} , \rho_{k+2}]$. Il finira par être négatif , vu que $\neq p_m$ tend vers 0 quand ρ tend vers 1.

Annexe 5

On cherche un équilibre séquentiel dans lequel l'innocent ne plaide jamais coupable, d'où on pose que l'innocent joue toujours $\overline{Pl}$ à chacun de ses sommets de décision.

Il résulte que les ensembles d'information de la justice, qui se situent tous à la période T+1, sont tous atteints avec une probabilité positive. Il s'ensuit que, nécessairement, le coupable joue également $\overline{Pl}$ à chacun de ses sommets de décision avec une probabilité positive. En effet, supposons l'inverse et considérons le sommet le plus en aval auquel le coupable joue $\overline{Pl}$ avec la probabilité 0. La justice, à l'ensemble d'information faisant suite à l'action $\overline{Pl}$ non

jouée, se croit alors face à un innocent (vu que lui seul permet à cet ensemble d'information d'être atteint) et donc innocente avec la probabilité 1, ce qui conduit le coupable à dévier vers $\overline{Pl}$ pour obtenir un gain de 1, toujours strictement supérieur à celui obtenu en plaidant coupable.
Observons aussi que l'hypothèse $u_1 > 1-s^T$ assure que u_{T+1}, le gain associé à l'aveu de culpabilité suite à une suite de T alourdissements du dossier, reste strictement positif, à condition de choisir u_{i+1} très proche de $(u_i-1+s)/s$. En effet, on montre alors par récurrence que u_{T+1} est très proche de $u_1/s^T - (1-s)(1+s \ldots +s^{T-1})/s^T = (u_1-1+s^T)/s^T > 0$. On se place dans ce cas.
Le jeu à l'étude ne contient aucun sous-jeu. Aussi on parlera de « partie » de jeu pour désigner l'ensemble constitué d'un sommet, de tous ses successeurs, des actions liant ces sommets et des gains à l'issue des sommets successeurs terminaux.

Commençons par considérer une partie de jeu quelconque de période T+1 pour un individu coupable, représentée en figure 6, initialisée par le sommet de décision de la nature, n_{T+1C}, i.e un sommet de période T+1 face à un individu coupable.

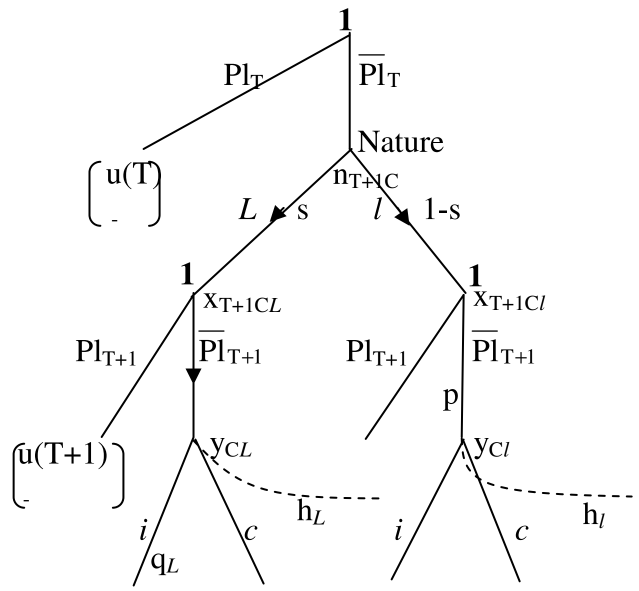


Figure 6

On peut déduire de l'hypothèse u(T)> s u(T+1)+ (1-s) et du fait que le coupable joue $\overline{Pl}_T$ avec une probabilité positive que le coupable ne plaidera pas coupable en x_{T+1CL}, son sommet de décision en période T+1 suite à un alourdissement du dossier (faute de quoi jouer $\overline{Pl}_T$ avec une probabilité positive en période T n'aurait pas été rationnel). Ce fait implique également que la justice doit jouer i avec une probabilité q_L positive en h_L, son ensemble de décision qui fait suite à un alourdissement du dossier en période T+1, faute de quoi le coupable ne pourrait pas jouer $\overline{Pl}_{T+1}$ en x_{T+1CL} (il faut $q_L \geq u(T+1)$ qui est positif).

On peut déduire de ces faits que la justice innocente nécessairement avec la probabilité 1 en h_l, l'ensemble d'information à droite de h_L, qui fait suite à un allègement du dossier en période T+1. En effet, soit k_C, respectivement k_I, la probabilité d'atteinte du sommet n_{T+1C}, respectivement n_{T+1I} (à savoir le sommet de la nature symétrique de période T+1 du côté d'un individu innocent, qui fait suite à la même séquence d'actions que celle menant à n_{T+1C}). Et soit p la probabilité de jouer $\overline{Pl}_{T+1}$ en x_{T+1Cl}, le sommet de décision du coupable suite à un allègement du dossier en période T+1. On a :
$\mu(y_{CL}) = k_C\, s/(k_C.s+ k_I\, r)$ et $\mu(y_{Cl}) = k_C(1-s)p\,/(k_C(1-s)p + k_I(1-r))$.
Il est immédiat que $\mu(y_{CL}) > \mu(y_{Cl})$ d'où la justice innocentera avec la probabilité 1 en h_l, vu qu'elle innocente en h_L avec une probabilité positive.

De cette action on déduit que p=1, c'est-à-dire que le coupable joue $\overline{Pl}_{T+1}$ avec la probabilité 1 en son sommet de décision x_{T+1Cl}.

En bref, en période T+1, le mis en examen, qu'il soit coupable ou innocent, ira toujours au procès avec la probabilité 1. Il se fera systématiquement innocenter si le dossier s'allège en dernière période, et il se fera innocenter avec une probabilité positive q_L dans le cas contraire.

On prouve maintenant que la démonstration précédente s'applique par récurrence, en remontant le jeu d'une période à chaque étude.
On montre ainsi que, si à partir de l'étape t+1, tout individu va au procès avec la probabilité 1, qu'il soit coupable ou innocent, et si la justice innocente l'individu avec la probabilité 1 à chaque ensemble d'information ne faisant pas suite à une séquence exclusive d'alourdissements du dossier à partir de l'étape t+1, et l'innocente avec une probabilité positive dans ce dernier cas, alors les mêmes comportements sont valables à partir de l'étape t.
Pour montrer cela, considérons une partie de jeu quelconque de période t, du côté de l'individu coupable, initialisé par le sommet de décision de la nature n_{tC}. Cette partie est liée à une partie symétrique du côté de l'individu innocent cf. la figure 7.

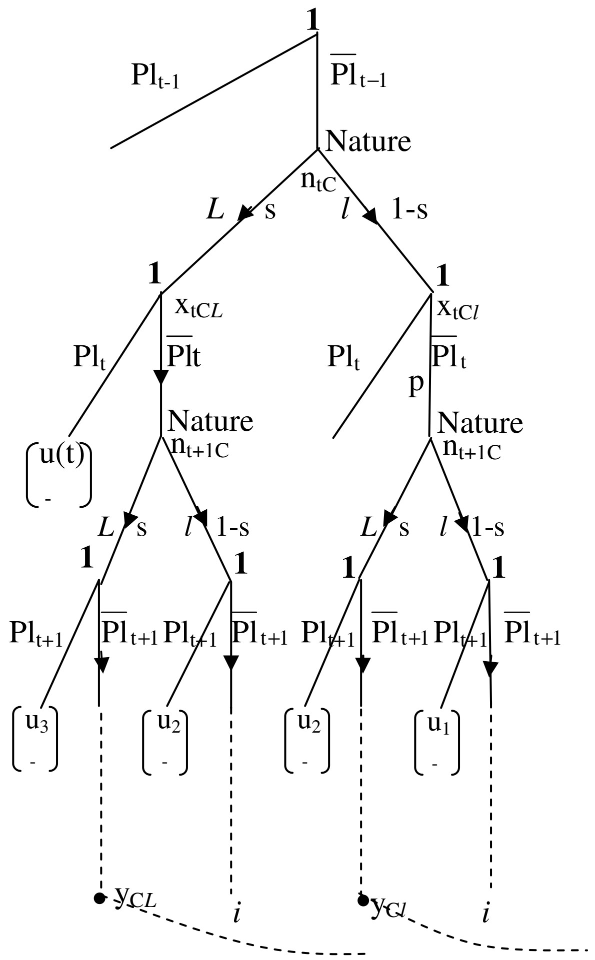


Figure 7

On peut commencer par observer que le coupable joue $\overline{Pl}_t$ avec une probabilité 1 en son premier sommet de décision, x_{tCL}, qui fait suite à un alourdissement du dossier, vu l'hypothèse $u(t\text{-}1) > su(t)+ (1\text{-}s)$ et vu le fait qu'il joue $\overline{Pl}_{t-1}$ la période précédente avec une probabilité positive.

Soit k_C la probabilité d'atteinte du sommet n_{tC} et k_I la probabilité d'atteinte du sommet n_{tI}, le sommet de décision symétrique de la nature initialisant la période t du côté de l'individu innocent, faisant suite à la même séquence d'allègements et d'alourdissements du dossier que dans la partie du coupable examinée. Soit p la probabilité du coupable de jouer $\overline{Pl}_t$ en son premier sommet de décision suite à un allègement du dossier, i.e. en x_{tCl}. Soit y_{CL} et y_{Cl} les sommets de décision de la justice faisant suite à n_{tC}, suivi d'une séquence exclusive d'alourdissements du dossier, respectivement d'un allègement puis d'une suite exclusive d'alourdissements du dossier. Il résulte que : $\mu(y_{CL}) = k_C s^{T-t+2}/(k_C s^{T-t+2} + k_I r^{T-t+2})$ et $\mu(y_{Cl}) = k_C(1-s)s^{T-t+1}p/\ (k_C(1-s)p\ s^{T-t+1} + k_I(1-r)r^{T-t+1})$. Il est immédiat que $\mu(y_{Cl}) < \mu(y_{CL})$, d'où que la justice innocente l'individu avec la probabilité 1 en cas d'allègement du dossier à l'étape t suivie d'une séquence exclusive d'alourdissements, vu qu'elle l'innocente avec une probabilité positive en cas d'alourdissements systématiques du dossier ; dans les autres cas (c'est-à-dire ceux où il y a au moins un allègement à partir de l'étape t+1), on sait déjà qu'elle l'innocente avec la probabilité1. Et ceci implique que l'individu va au procès avec la probabilité 1 suite à un allègement du dossier à la période t, cqfd.

On atteint ainsi x_{1C} le sommet de décision du coupable en période 1, suivi de la séquence de comportements suivante ; à partir de la période 2, le mis en examen, qu'il soit coupable ou innocent, va au procès avec la probabilité 1, il sera innocenté avec la probabilité 1 suite à toute séquence d'alourdissement et d'allègements du dossier, exceptée la séquence constituée exclusivement d'alourdissements du dossier, suite à laquelle il sera innocenté avec la probabilité q. Soit p la probabilité avec laquelle le coupable joue $\overline{Pl}_1$ en x_{1C}. Soit y_{CL} le sommet de décision faisant suite à une séquence exclusive d'alourdissements du dossier sur l'ensemble des périodes du côté du coupable.
On a $\mu(y_{CL}) = \rho p s^T/(\rho p s^T + (1-\rho)r^T)$. Il découle deux cas d'étude :
Cas 1 Si $\rho < r^T/(r^T + s^T)$, alors le coupable va au procès avec la probabilité 1 en toute période et le mis en examen se fera innocenter systématiquement.

Cas 2 Si $\rho > r^T/(r^T + s^T)$, comme on veut q positive, il faut que $p = \frac{(1-\rho)}{\rho}\left(\frac{r}{s}\right)^T$, probabilité comprise entre 0 et 1, pour égaliser $\mu(y_{CL})$ à ½. Pour que le coupable puisse être indifférent entre Pl_1 et $\overline{Pl_1}$ en x_{1C}, il faut que $u_1 = s^T q + (1-s^T).\ 1$, vu que $\overline{Pl_1}$ est suivie d'acquittement dans tous les cas, sauf dans le cas d'un alourdissement systématique du dossier, qui ne se produit qu'avec la probabilité s^T (auquel cas la justice innocente avec la probabilité q). D'où $q = 1 - (1-u_1)/s^T$. Cette probabilité est réalisable par hypothèse car on a supposé $u_1 \geq 1-s^T$.

Vérifions maintenant que le profil de stratégies trouvées est bien un équilibre séquentiel. La cohérence ne pose aucun problème, vu qu'elle se confond ici avec la vérification de la règle de Bayes, déjà vérifiée. La rationalité séquentielle ne pose aucun problème pour le coupable ni pour l'innocent en tout sommet ne conduisant pas à l'ensemble d'information qui fait suite à une succession de T alourdissements du dossier (vu que le mis en examen ne peut obtenir un gain supérieur à 1). D'où les seuls sommets non triviaux auxquels une vérification s'impose sont, pour le coupable comme pour l'innocent, ceux situés sur le chemin ne comprenant que des alourdissements du dossier, i.e. le chemin conduisant à l'ensemble d'information où l'on innocente qu'avec la probabilité q.
Or on a $u_1 = s^T q + (1-s^T)$. D'où $v_1 < u_1 < r^T q + (1-r^T)$ (car q<1 et r<s), ce qui justifie le choix de $\overline{Pl}_1$ en x_{1I}, premier sommet de décision de l'individu innocent du chemin étudié.
On a $u_1 > s u_2 + (1-s)$, d'où $u_2 < u_1/s - (1-s)/s < s^{T-1}q + 1 - s^{T-1}$ ce qui est précisément la condition pour que le coupable préfère jouer $\overline{Pl}_2$ au sommet x_{2CL}, 2ème sommet de décision du chemin étudié. De plus $v_2 < u_2 < r^{T-1}q + 1 - r^{T-1}$ (car q<1 et r<s), ce qui assure que l'innocent préfère jouer $\overline{Pl}_2$ au sommet x_{2IL}, 2ème sommet de décision du chemin étudié

Plus généralement, supposons que $u_i < s^{T-i+1}q + 1 - s^{T-i+1}$, pour un i entre 2 et T et montrons que $u_{i+1} < s^{T-i}q + 1 - s^{T-i}$

On a, par hypothèse, $u_i > su_{i+1} + (1-s)$, d'où $u_{i+1} < u_i/s - (1-s)/s < s^{T-i}q + 1 - s^{T-i}$.

Ceci assure le jeu de $\overline{\mathrm{Pl}}_{i+1}$ au sommet x_{i+1CL}, i+1ème sommet du chemin étudié pour le coupable. Comme $v_{i+1} < u_{i+1} < r^{T-i}q + 1 - r^{T-i}$, il découle également que l'innocent joue $\overline{\mathrm{Pl}}_{i+1}$ au sommet x_{i+1IL}, son i+1ème sommet du chemin étudié.

Annexe 6

q et p sont bien définis et compris entre 0 et 1, vu les hypothèses sur u_1 et ρ.
Montrons que le profil proposé est un équilibre séquentiel.
La cohérence du profil est immédiate, car elle se confond ici avec la vérification de la règle de Bayes. Seule la rationalité séquentielle doit être vérifiée.

Commençons par la rationalité séquentielle des décisions de la justice.
Considérons une succession de i allègements et de T-i alourdissements du dossier, dans un ordre quelconque. Compte tenu des hypothèses sur le comportement du mis en examen et la définition de p, la justice observe l'égalité entre $(1-\rho)(1-r)^i r^{T-i}$ et $\rho p(1-s)^i s^{T-i}$ ce qui lui permet de jouer sa stratégie mixte si $\rho > \rho_i$. On se restreint ainsi à l'intervalle de paramètres $]\rho_i, 1[$.
Il découle immédiatement que, s'il y a j >i allègements du dossier, $(1-\rho)(1-r)^j r^{T-j} > \rho p(1-s)^j s^{T-j}$ vu que r<s, ce qui incite la justice à innocenter. Inversement, s'il y a j < i allègements, alors $(1-\rho)(1-r)^j r^{T-j} < \rho p(1-s)^j s^{T-j}$ vu que r<s, ce qui incite la justice à condamner.

Etudions maintenant le comportement du mis en examen, en commençant par un coupable.
En période 1, compte tenu de son comportement dans la suite du jeu (i.e. il va toujours au procès s'il ne plaide pas coupable en période 1), il observe l'égalité de u_1 et de $1 - \sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j} (1-s)^j s^{T-j} - (1-q) C_T^{T-i} (1-s)^i s^{T-i}$ ce qui rend sa stratégie mixte optimale. On en déduit que

$$v_1 < u_1 = 1 - \sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j} (1-s)^j s^{T-j} - (1-q) C_T^{T-i} (1-s)^i s^{T-i} < 1 - \sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j} (1-r)^j r^{T-j} - (1-q) C_T^{T-i} (1-r)^i r^{T-i}$$

et donc que l'innocent va au procès avec la probabilité 1.
(L'inéquation $1 - \sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j} (1-s)^j s^{T-j} - (1-q) C_T^{T-i} (1-s)^i s^{T-i} < 1 - \sum_{j=0}^{i-1} C_T^{T-j} (1-r)^j r^{T-j} - (1-q) C_T^{T-i} (1-r)^i r^{T-i}$ a déjà été démontrée en annexe 2).

Il est par ailleurs trivial que dès que u (t) =0, aller au procès en t est une meilleure réponse (car le procès ne peut rapporter moins), ce qui incite également un innocent à aller au procès au même niveau de jeu vu que v(t) (qui fait suite au même enchaînement d'actions) est alors nul également. Un autre fait trivial est qu'il est optimal d'aller au procès, pour un coupable comme pour un innocent, dès lors qu'il y a eu plus de i allègements dans l'amont du jeu, vu que la justice innocente avec une probabilité 1 dans ce cas.
Il faut donc vérifier l'optimalité de la décision d'aller au procès dans les cas de figure restants.

Débutons cette vérification par une première observation. Considérons l'extrait de jeu de la figure 8. On montre que s'il est optimal d'aller au procès en x_{tC} (compte tenu de ce qui est joué dans la suite du jeu), il est nécessairement optimal d'aller au procès en x_{t+1Cl} (compte tenu de ce qui est joué dans la suite du jeu).

En effet, dire qu'il est optimal d'aller au procès en x_{tC}, c'est dire que $u_k \leq s\, g_A + (1\text{-}s)\, g_B$ où g_A et g_B sont les utilités du coupable qui va au procès, respectivement suite à un alourdissement et à un allègement du dossier en période t+1. Nécessairement, vu que le coupable va au procès dans les deux parties A et B, et que la justice innocente plus souvent (ou autant) dans la partie B que dans la partie A, on a $g_B \geq g_A$, d'où $u_k \leq g_B$. Or $g_B = g_{B'}$ où B' est la partie du jeu qui fait suite à la décision en x_{t+1Cl} d'aller au procès, vu que le coupable va au procès en x_{t+1Cl}.
Il en découle que u_k suite à l'action Pl_{t+1} en x_{t+1Cl} vérifie $u_k \leq g_{B'}$ (car $g_B = g_{B'}$ et $u_k \leq g_B$) d'où qu'il est optimal d'aller au procès en x_{t+1Cl}.

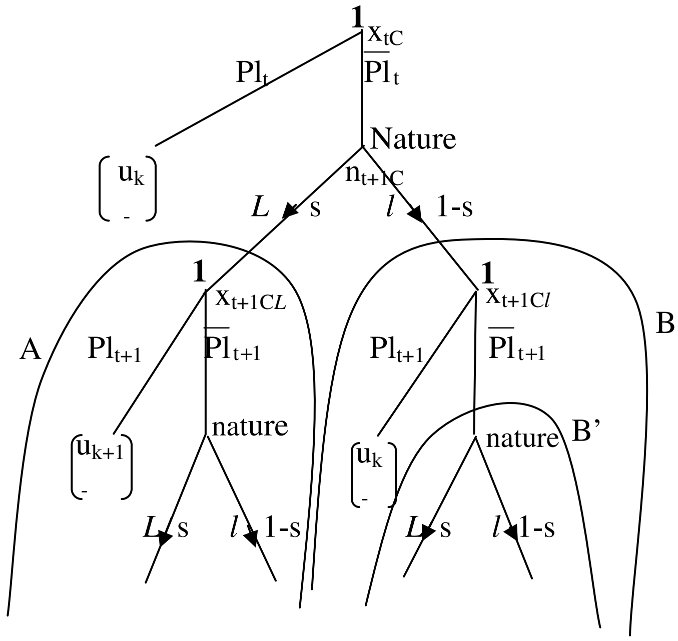


Figure 8

L'observation précédente vaut pour tout u_k, i de 1 à T+1. Il découle de ce résultat qu'il suffit de vérifier que, pour tout i de 1 à T+1, il est optimal d'aller au procès en x_{tC}, où x_{tC} est un sommet tel que plaider coupable mène à u_k et x_{tC} n'a pas de prédécesseur tel que plaider coupable mène en u_k.
Comme on a montré qu'en x_{1C} il est optimal d'aller au procès (car il y a indifférence entre aller au procès et plaider coupable, qui conduit à l'utilité u_1), il sera donc optimal d'aller au procès en tout x_{tC} tel que plaider coupable conduise au gain u_1. Le résultat est ainsi vrai pour u_1. Montrons qu'il est vrai pour u_k, i de 2 à T+1, en procédant par récurrence.
Supposons que le résultat soit vrai pour u_k et montrons qu'il est vrai pour u_{k+1}. Pour cela observons la figure 9.
Il en découle que la première apparition de u_{k+1} résulte de la décision de plaider coupable en un sommet x_{t+1CL} qui fait suite à un alourdissement du dossier, qui fait lui-même suite à une décision d'aller au procès en un sommet de décision x_{tC} où la décision de plaider coupable aurait conduit au gain u_k.
x_{tC} fait nécessairement suite à k-1 alourdissements du dossier, d'où t-k allègements, et x_{t+1CL} fait suite à k alourdissements du dossier, d'où t-k allègements également.
Supposons pour l'instant que t < T-i , de sorte qu'il soit possible d'avoir i allègements dans le chemin issu de x_{t+1CL}.
En x_{tC}, si le coupable va au procès, il sera accusé si le nombre d'allègements parmi les T-(t-1) rebondissements possibles est inférieur à i-t+k, innocenté avec la probabilité q si le nombre d'allègements est i-t+k, et innocenté sinon. On a donc, par hypothèse :

$$u_k \leq 1 - \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t+1}^{j}\,(1\text{-}s)^j s^{T-t+1-j} - (1-q)\, C_{T-t+1}^{i-t+k}\,(1\text{-}s)^{i-t+k} s^{T+1-i-k}$$

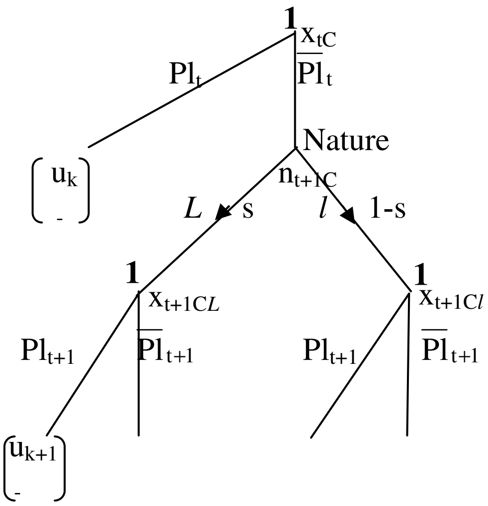


Figure 9

En x_{t+1CL}, si le coupable va au procès, il sera accusé si le nombre d'allègements parmi les T-t rebondissements possibles est inférieur à i-t+k, innocenté avec la probabilité q si le nombre d'allègements est i-t+k, et innocenté sinon. Pour qu'il soit optimal d'aller au procès, il faut donc que :

$u_{k+1} \leq A$

Où $A=1 - \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t}^{j} (1-s)^{j} s^{T-t-j} - (1-q)\, C_{T-t}^{i-t+k} (1-s)^{i-t+k} s^{T-i-k}$

Si u_{k+1} est nul, le résultat est nécessairement vrai. Si non, on a, par hypothèse,
$u_k > su_{k+1} + (1-s)$, d'où $u_{k+1} < u_k/s - 1/s + 1$, d'où. :

$u_{k+1} < B$ où $B = 1- \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t+1}^{j} (1-s)^{j} s^{T-t-j} - (1-q)\, C_{T-t+1}^{i-t+k} (1-s)^{i-t+k} s^{T-i-k}$

Or $C_{T-t+1}^{m} > C_{T-t}^{m}$ pour tout m entier entre 1 et T-t, d'où B < A d'où

$u_{k+1} \leq B < A$ cqfd

On a en particulier, pour k= T-i

$u_{k+1} \leq 1 - \sum_{j=0}^{T-t-1} C_{T-t}^{j} (1-s)^{j} s^{T-t-j} - (1-q)\, C_{T-t}^{T-t} (1-s)^{T-t} = q\,(1-s)^{T-t}$

Il résulte que $u_{k+j}= 0$ pour $j \geq 2$ pour k= T-i, d'où que $u_{k'+1}= 0$ dès que k'> T-i. Ce fait assure que plaider coupable conduit à un gain nul. De même, si k' >T-i, le chemin d'actions conduisant au procès contient moins de i allègements, ce qui assure la condamnation au procès. Il résulte que dans ce cas, aller au procès et plaider coupable conduisent à un gain identique, ce qui permet au fait d'aller au procès d'être optimal.

Il suffit encore de montrer que l'innocent gagne à aller au procès à tout sommet de décision. Soit ainsi un sommet de décision de l'innocent x_{tI} qui fait suite à la même séquence d'actions que le sommet de décision x_{tC} du coupable. Supposons que ce sommet fasse suite à k-1 alourdissements d'où t-k allègements du dossier. On sait que $u_k \leq A$ avec

$A = 1 - \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t+1}^{j} (1-s)^{j} s^{T-t+1-j} - (1-q)\, C_{T-t+1}^{i-t+k} (1-s)^{i-t+k} s^{T+1-i-k} = \sum_{j=i-t+k+1}^{T-t+1} C_{T-t+1}^{j} (1-s)^{j} s^{T-t+1-j} + q\, C_{T-t+1}^{i-t+k} (1-s)^{i-t+k} s^{T+1-i-k}$ d'où que le coupable gagne à aller au procès. Le fait d'aller au procès en x_{tI} conduit l'innocent, pour les mêmes raisons, au gain

$B= \sum_{j=i-t+k+1}^{T-t+1} C_{T-t+1}^{j} (1-r)^{j} r^{T-t+1-j} + q\, C_{T-t+1}^{i-t+k} (1-r)^{i-t+k} r^{T+1-i-k}$

De deux choses l'une:
Soit $(1\text{-}s)^{i\text{-}t\text{+}k}s^{T+1\text{-}i\text{-}k} \le (1\text{-}r)^{i\text{-}t\text{+}k}r^{T+1\text{-}i\text{-}k}$ et il résulte immédiatement que $v_{k+1} \le u_{k+1} < A < B$ ce qui assure l'optimalité d'aller au procès.
Soit $(1\text{-}s)^{i\text{-}t\text{+}k}s^{T+1\text{-}i\text{-}k} > (1\text{-}r)^{i\text{-}t\text{+}k}r^{T+1\text{-}i\text{-}k}$ ce qui assure que

$$A = 1 - \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t+1}^{j}\,(1\text{-}s)^{j}s^{T\text{-}t+1\text{-}j} - (1\text{-}q)\,C_{T-t+1}^{i-t+k}\,(1\text{-}s)^{i\text{-}t\text{+}k}s^{T+1\text{-}i\text{-}k} < B = 1 - \sum_{j=0}^{i-t+k-1} C_{T-t+1}^{j}\,(1\text{-}r)^{j}r^{T\text{-}t+1\text{-}j}$$

$$-(1\text{-}q)\,C_{T-t+1}^{i-t+k}\,(1\text{-}r)^{i\text{-}t\text{+}k}r^{T+1\text{-}i\text{-}k}$$ car $r < s$.

D'où $v_k \le u_k < A < B$, ce qui assure l'optimalité d'aller au procès pour l'innocent en x_{tI} pour tout k de 1 à T+1.