”Développement durable et Rapports Nord-Sud dans un Modèle à Générations Imbriquées : Interroger le futur pour éclairer le présent”

Alban Verchère[*] [†]

Février 2001

Résumé

Nous présentons un modèle ”prospectif” avec deux économies à générations imbriquées : L’une, riche, a stabilisé son stock de gaz à effet de serre dans un passé récent, alors que l’autre, pauvre, entâme une phase d’émissions croissantes sans moyen de lutter contre. Ces externalités ont un impact sur la production primaire des pays pauvres et sont source de désutilité dans les pays riches. On montre alors que ces derniers sont conduits à les internaliser, en investissant dans le patrimoine écologique des pays pauvres ; ceci leur permet de converger vers un état stationnaire sur un sentier de croissance équilibrée le long duquel on vérifie un critère de soutenabilité. Alors que ces mêmes ”investissements” sont insuffisants pour que l’économie pauvre connaisse une telle issue.

....

We present a prospective model with two overlapping generations economies: the rich have stabilized their GHG stock recently whereas the poor begin a growing emmission period without mean to avoid it. These externalities have both an impact on the poor production and on the rich welfare. We then show that the late internalize these externalities by investing in the ecological wealth of the poor in order to reach a sustainable growth path, whereas these same investments do not permit to the poor to know such a favourable issue.

JEL Classification : D91; H23; 013.

Mots-Clés : Développement durable ; Rapports Nord-Sud ; Générations imbriquées.

[*] Université Louis Pasteur, Faculté de Sciences Economiques et de Gestion, BETA-Theme, PEGE, 61, av. de la Forêt Noire, 67 085 Strasbourg Cedex / E-mail : verchere@cournot.u-strasbg.fr

[†] Je remercie vivement Sandrine Spaeter, Marc Willinger et Thomas Seegmuler pour leurs précieux commentaires sur une version antérieure du papier et conserve l’entière responsabilité d’éventuelles erreurs ou omissions.

1 Introduction

Dans le débat sur le développement durable, un consensus est né sur le fait de trouver un accord international de réduction des gazs à effet de serre (*GES*). En effet, même s'il subsiste des doutes au sein de la communauté scientifique quant à l'influence des activités humaines sur l'évolution du climat mondial (cf. Godet (1998)), il reste qu'au nom du *principe de précaution*, chacun s'accorde à penser qu'il convient de maîtriser l'évolution des *GES* afin d'éviter une issue potentiellement préjudiciable à la communauté internationale, particulièrement aux pays pauvres. Or, tous les pays ne portent pas la même responsabilité dans l'état actuel de l'environnement mondial pas plus que tous ne porteront la même dans les années à venir. Les pays du Nord sont actuellement de gros émetteurs alors que leurs voisins du Sud - hors Chine et Inde - comptent pour une part marginale. Aussi, le principe d'un accord international s'est orienté vers l'idée que les plus gros efforts à fournir dans l'immédiat devaient l'être par les pays riches. Ils portent une responsabilité historique - et ce sera le cas pour encore quelque décennies - et sont seuls à être dotés de moyens financiers et de structures démocratiques à même de relayer les désirs d'opinions publiques de plus en plus pressantes en matière écologique. Ainsi, faisant suite à une première série de travaux sur l'émergence d'accords internationaux en matière de problèmes environnementaux globaux [1], Rotillon, Tazdaït et Zeghni (1996) évoquent la possibilité d'un engagement unilatéral des pays riches dans le but d'impulser à terme une dynamique d'adhésion internationale au programme de réduction des *GES*. Ce papier traite donc de la possibilité qu'émerge prioritairement un accord de "référence" entre pays riches, en espérant qu'il amènera l'adhésion future de pays à l'heure actuelle plus pauvres. Néanmoins et de ce fait même, il néglige un nombre conséquent de pays qui ne comptent pas aujourd'hui sur la scène internationale de l'émission de *GES* et qui n'y entreront massivement que dans quelques décennies. Ils ne peuvent donc réellement influencer la teneur et l'issue des débats, devant se résoudre aux décisions de nations plus puissantes et surtout souveraines - avec le risque d'avoir à terme des moyens plus limités pour s'opposer à leurs propres émissions, lorsqu'ils entâmeront à leur tour une phase de croissance importante de leur production. Ainsi, même si ces modèles décrivent des processus d'accords séquentiels de fait assez réalistes [2], ils conduisent néanmoins à considérer que les pays riches devraient finalement résoudre leurs problèmes d'émissions avant que les pays pauvres n'entâment leur phase de croissance productive accompagnée d'émissions massives. Et ils supposent donc implicitement, comme les négociations qu'ils ont inspirées, que losque les pays pauvres en question accéderont à cette phase de croissance de leur production accompagnée d'émissions massives, ils pourront également résoudre leurs problèmes de pollution, en prenant alors part aux accords initiés auparavant par les seuls pays riches. Et ce éventuellement, avec le soutien de ces pays riches. Or, les pays pauvres étant actuellement dans une situation préoccupante pour de multiples raisons - instabilité politique, pauvreté, inégalités, explosion démographique... - on peut redouter que les choses n'iront pas en s'améliorant. De surcroît, la conjonction de deux phénomènes actuellement en cours au Nord - à savoir la contestation grandissante de l'aide traditionnelle au développement [3] et la montée en

1. Voir notamment Barrett (1990), Carraro et Siniscalco (1992), et pour une revue de la littérature en français, Rotillon et Tazdaït (1996).

2. Ils préfigurent en effet les négociations contre le réchauffement climatique, lesquelles, comme dans le Protocole de Kyoto, sont construites autour de l'idée qu'un premier groupe de pays - industrialisés - doit commencer à réduir ses émissions de GES, alors que les autres - moins avancés économiquement, Annexe B du Protocole - ne devront se résoudre aux mêmes obligations qu'ultérieurement.

3. Dans un entretien accordé au journal Le Monde (16-01-2001), Michel Candessus, Ex-Président du FMI, rapportait que l'aide au développement avait littéralement fondu au cours des années 90. Alors qu'elle devait passer de 0,37% du PIB des pays occidentaux en 1990 à 0,70% à la fin de la décennie, elle s'est finalement échue à 0,22%

puissance des préoccupations environnementales - nous font craindre qu'à terme, l'aide en faveur du Sud se réduise à de simples considérations écologiques : préserver l'environnement mondial pour des motifs écologiques et sanitaires.

Par conséquent, la stratégie que semblent avoir retenue les pays riches en matière de lutte contre le réchauffement climatique, telle qu'elle ressort des négociations internationales en cours - et qui consiste donc à trouver prioritairement entre eux les bases d'un accord "sur mesure" et à attendre pour intervenir que les pays pauvres constituent de leur point de vue "une menace" pour l'environnement mondial -, nous paraît risquée. D'autant plus si l'entreprise de stabilisation de leur stock de *GES* s'avère lente et/ou peu ambitieuse ; les pays pauvres dont l'économie dépend largement du secteur primaire et donc de l'environnement mondial, pourront encore moins lutter à terme contre leurs émissions massives. Cette stratégie de "pompier-pyromane" permettra certainement au Nord de répondre à terme au désir de préservation toujours plus grand de ses opinions nationales, mais qu'en sera-t-il de la possibilité d'une croissance durable dans les pays pauvres ?

C'est à cette question que nous souhaitons répondre à l'aide d'une modélisation, dans la mesure où elle permet d'interroger la stratégie implicite des pays riches. Mais avant, décrivons davantage le contexte envisagé ainsi que les grandes lignes de la modélisation.

Contextualisation et présentation non technique du modèle

Dans cet article, nous questionnons donc l'idée suivant laquelle les pays développés, en reistreignant dans un futur éloigné l'aide au développement à de simples transferts à but environnemental - pour des motifs écologiques et sanitaires -, pourraient s'éviter d'avoir à subir la pollution croissante des pays pauvres tout en permettant à ces derniers d'enclencher un développement durable [4].

Pour traiter cette question, nous nous plaçons dans une situation prospective où les pays pauvres entâmeraient une phase de croissance productive - par augmentation du nombre de travailleurs - , accompagnée d'émissions massives sans avoir les moyens de s'y opposer. Les pays riches, eux, conformément à des engagements pris antérieurement auraient gagné un niveau de développement suffisant pour maintenir depuis quelque temps leur stock de gaz à effet de serre à un niveau incompressible : S^2_{ges}.

Ainsi, la date "0" de notre modèle correspond au moment où les pays pauvres "entreront sur la scène" de l'émission d'externalités internationales en raison de la pression croissante de leur population sur un volume de terres limité, après quelques années de stabilité de la pollution atmosphérique au niveau S^2_{ges}. Néanmoins, si "0" est le début de l'ère avec émissions croissantes dans les pays pauvres, on ne considère pas pour autant qu'ils n'émettaient rien auparavant. Simplement, on suppose que cette pollution n'avait alors qu'un caractère local, sans influence sur l'environnement mondial. A savoir : Comme on suppose qu'avant cette ère les pays pauvres ne connaissaient pas de croissance démographique, leurs émissions étaient constantes et par suite, le stock de pollution résultant de la succession "infinie" de flux identiques jusqu'en "0" était lui-même constant, stabilisé à un niveau modéré et actuellement observable $S_{pa}(0)$ [5]. A l'inverse, à partir de "0", les flux crois-

en 1999. Ainsi, même s'il s'agit de points de PIB et non de valeurs absolues, on relève néanmoins une baisse des efforts relatifs en faveur du Sud. D'autant que dans le même temps, la population des pays pauvres n'a, elle, cessé d'augmenter.

4. Si nous abordons le développement sous l'angle restreint de l'environnement, ça n'est pas parce que nous considérons qu'il ne dépend d'aucun autre facteur - politique, économique ou social - mais simplement que notre objet est de "tester" la conjecture qui consisterait à organiser l'aide future au développement dans le seul but de préserver ou d'étendre le patrimoine écologique des pays pauvres (pour des motifs écologiques et sanitaires), en espérant une issue favorable à tous.

5. En effet, sur l'infinité de périodes avant la date "0", si les pays pauvres émettaient constamment le même flux de polluants, alors, compte tenu d'un taux d'assimilation naturelle compris entre 0 et 1, on montre facilement à

sants de polluants s'accumuleront en un stock conséquent, lequel aura désormais une incidence sur la qualité de l'environnement mondial. Ainsi, ce contexte particulier nous permettra de bien distinguer la situation avant "0" - où la qualité de l'environnement mondial était stabilisée, découlant du seul stock de *GES* incompressible des pays riches - de la période après "0" - où la poussée démographique au Sud sera à l'origine d'une intensification (polluante) de l'usage des terres et d'une destruction progressive des milieux, facteurs concourant à la perturbation de l'équilibre qui prévalait jusqu'en "0".

Par conséquent, puisque d'un côté les pays pauvres n'auront pas les moyens de lutter contre leurs émissions et puisque de l'autre les pays riches seront attachés à ne pas voir l'environnement mondial départir du niveau $E(0)$ auquel ils l'auront amené, on montrera que des transferts à but environnemental seront organisés en direction des pays pauvres. Or, si du point de vue des pays riches le but de ces transferts sera de maintenir la capacité de régénération des écosystèmes dans les pays pauvres, afin d'assimiler leurs pollutions et de conserver ainsi une qualité de l'environnement a priori au moins identique à celle qui résultait de leur seule pollution incompressible, il reste qu'on peut imaginer que les pays riches auront en fait un objectif plus ambitieux : améliorer la qualité de l'environnement mondial pour les mêmes motifs écologiques et sanitaires. En effet, si les pays riches ont stabilisé leur stock de *GES* à un niveau induisant la qualité $E(0)$ de l'environnement mondial - qualité qu'ils ne peuvent plus améliorer en raison du caractère incompressible de S_{ges}^2 - rien n'indique qu'ils en seront totalement satisfaits et qu'avec l'arrivée des pollutions du Sud ils ne chercheront pas, finalement, à investir au delà de ce qui serait nécessaire à leur simple élimination. On peut en effet penser que les pays riches profiteront de cette nécessité soudaine d'organiser des transferts dans les pays pauvres, pour améliorer la qualité de l'environnement mondial. Il faudrait simplement que ces transferts augmentent suffisamment la capacié d'assimilation du milieu pour que leur stock de pollution courant $S_{pa}(t)$ descende en dessous de celui qui n'avait pas d'effet sur la qualité de l'environnement mondial, $S_{pa}(0)$. Les pays riches trouveraient ainsi une marge d'assimilation pour réduire leur propre stock de *GES*.

Aussi, si les pays riches transfèrent suffisamment de fonds pour que la qualité de l'environnement mondial connaisse une évolution positive par rapport à $E(0)$, la question sera alors de savoir si elle permettra aux pays pauvres - dont la production dépend fortement de l'environnement - d'obtenir une croissance durable.

Notons qu'en raison de son caractère très prospectif, cette configuration et la question qu'elle appelle - l'aide au développement à caractère strictement environnemental peut-elle être le moyen d'une croissance durable des pays pauvres dans un futur plus ou moins éloigné ? - n'ont pas encore été étudiées. En effet, jusqu'à présent la littérature standard sur la croissance durable s'est focalisée sur les moyens *pour une économie globale* de parvenir à la soutenabilité en présence de ressources naturelles limitées et/ou de dégradations environnementales. A notre connaissance, seul l'article de Muir (1996) envisage également cette question de la soutenabilité des pays riches et pauvres dans le cadre d'un modèle de croissance à générations imbriquées, mais pour un problème plus immédiat : à savoir, le risque que les pays pauvres encourent dès aujourd'hui des pertes importantes - et à terme irrémédiables -, en raison d'une préférence pour le présent plus marquée dans les pays riches. Cette préférence accrue pour le présent conduirait à une dégradation de l'environnement dont seuls ces derniers pourraient se prémunir, grâce à une accumulation plus rapide de capital mais sans chercher pour autant à y remédier. Notre démarche diffère assez largement dans la mesure où nous nous plaçons à long terme, en supposant, premièrement, que les pays pauvres auront la possibilité d'enclencher à leur tour une phase de croissance productive accompagnée d'émissions massives

l'aide d'une simple série géométrique, que le stock converge vers une valeur stationnaire (ici $S_{pa}(0)$).

(même s'ils n'auront pas les moyens de lutter contre) et en supposant, deuxièmement, que d'ici à ce futur éloigné, les pays riches auront entrepris de stabiliser leur stock de pollution [6]. Finalement, l'idée est de procéder par "induction à rebours", c'est à dire d'interroger le futur pour éclairer le présent, afin de tester la stratégie contemporaine de lutte contre le réchauffement climatique, et voir ainsi si organiser dès à présent un développement durable des pays pauvres par le transfert de technologies propres ne serait pas une stratégie alternative.

Le papier s'articule ainsi. La section 2 est consacrée à l'exposé des hypothèses et de la structure du modèle en présence d'externalités internationales liant les deux économies. La section 3 présente les résultats issus de l'équilibre concurrentiel dans les deux économies. On met en exergue leurs interactions débouchant sur les transferts organisés par l'économie riche. La section 4 aborde la question de la soutenabilité simultanée des deux économies. La section 5 conclut le papier.

2 Hypothèses

2.1 L'économie pauvre et l'émission de polluants

Une succession de générations imbriquées constitue la société. $N_1(t)$ individus nés en "t" donnent naissance en "t+1" à $N_1(t+1)$ individus et disparaissent en "t+2". Et ainsi de suite. Nous supposons que la population croît dans le temps de façon non linéaire, conformément à la relation suivante :

$$\begin{array}{rcl} N_1(t) & = & (1+n_1)^{\alpha^{t-1}} N_1(t-1) \quad \forall t \geq 1 \\ avec & : & N_1(0) = N_1(-1), \;\; \alpha \in]0{,}1[\,, \;\; n_1 \in]0{,}1[\end{array} \tag{1}$$

$N_1(0)$ est la population jeune en "0". Elle est identique à la population parent $N_1(-1)$ issue de l'ère précedente. "n_1" est le taux de croissance démographique net de la première période à partir duquel on peut trouver ceux des périodes suivantes. Notons que (1) se réecrit comme suit :

$$N_1(t) = i \overset{t}{=} 1 \; (1+n_1)^{\alpha^{t-i}} N_1(0) \quad \forall t \geq 1 \; et \; N_1(\infty) = N_1^* = (1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0) \tag{2}$$

Remarque : Le choix d'une telle croissance démographique, au delà d'être plus réaliste puisque la population ne tend pas nécessairement vers l'infini à très long terme - sauf quand $\alpha \to 1$ -, tient à la raison suivante : les nouvelles pollutions à partir de "0" proviennent uniquement des pays pauvres, les pays riches ayant stabilisé leur stock de GES. Or, puisque nous supposons que les pays pauvres ne sont pas en mesure de traiter leurs pollutions, c'est qu'implicitement nous considérons qu'ils sont dans une situation de "trappe à pauvreté" leur empêchant de mettre en place une dynamique d'accumulation du capital (cf infra) [7]. Ce faisant, ne possédant pas de capital et émettant pourtant des pollutions, nous associons ces dernières à la croissance démographique, laquelle nous semble caractériser les pays pauvres, tous ne disposant pas de

6. Par ailleurs, nous considèrons les différences structurelles des économies riches et pauvres, alors que Muir postulait une même structure productive, avec le même impact de la qualité de l'environnement sur leur production : "à la Howarth-Norgaard (1992)". Ainsi, nous supposons que la production des économies riches (de type industriel) ne dépend pas de la qualité de l'environnement et que les agents y sont sensibles pour des motifs écologiques et sanitaires. A l'inverse, les pays pauvres ayant une production de type agricole, nous la supposons conditionnée par la qualité de l'environnement, position également défendue dans Schelling (1992). En revanche, la qualité de l'environnement n'entrera pas directement dans l'utilité des agents des pays pauvres.

7. Sans quoi alors, comme n'importe quelle économie, ils auraient fait les arbitrages nécessaires entre préservation de l'environnement et accumulation du capital polluant et l'on aurait retrouvé les résultats standards de la littérature sur le développement durable : internalisation des externalités par un mécanisme de taxe/transferts par exemple.

ressources énergétiques[8]. Ce choix fait, se pose alors le problème des volumes d'émissions. En effet, puisqu'elles sont liées à la croissance démographique, cette dernière ne peut être infinie à long terme, sans quoi il apparaîtrait illusoire de chercher à lutter contre des émissions elles-mêmes infinies - alors que le capital et/ou les ressources naturelles impliquent toujours des émissions limitées pour des raisons techniques et/ou de simples limites physiques. C'est ce qui nous a conduit à formuler cette croissance démographique non linéaire, avec une infinité de valeurs possibles du paramètre α qui permettent une stabilisation de la population.

Les firmes produisent un bien agricole à l'aide de deux facteurs, la terre, $T(t)$, et le travail, $L_1(t)$. La surface de terres arrables est fixe ($T(t) = T\ \forall t \geq 0$) et à chaque date on suppose qu'elle appartient aux $N_1(t-1)$ retraités. En $t = 0$, elle appartient donc aux $N_1(-1)$ retraités issus de l'ère précédente. De plus, on fait l'hypothèse suivante :

Hypothèse H1 : Les générations successives héritent des terres à leur retraite, léguées par leur ascendance directe disparaissant alors.

Le travail est fourni par les $N_1(t)$ jeunes à chaque date, chacun offrant inélastiquement une unité de travail. Ainsi, $\forall t$ on a $L_1(t) = N_1(t)$.

Faute de disposer des moyens d'enclencher une dynamique d'accumulation du capital, cette économie est assimilée, hors considérations environnementales et démographiques à ce niveau, à une économie de simple reproduction. Néanmoins, soulevons deux différences avec une économie purement stationnaire :

* La première tient à ce que disposant d'une surface de terres cultivables limitée, le fait d'avoir un volume de main d'oeuvre croissant dans le temps impliquera *ceteris paribus* un revenu par tête continûment décroissant.

* La seconde est l'existence d'une pollution qui accélère la décroissance du produit par tête. Elle résulte de l'intensification de l'usage des terres liée à la démographie et affecte en retour le produit agricole par l'intermédiaire de son impact sur l'environnement. Ainsi à chaque date "t", un flux de polluant agricole est émis, proportionnellement à la population employée : $P(t) = \psi L_1(t)$ $\forall t$, avec $\psi \in]0,1[$. Ces polluants s'accumulent partiellement en fin de période en un stock $S_{pa}(t)$ qui vaut :

$$S_{pa}(t) = I(D(t))(1-m)\left[P(t-1) + S_{pa}(t-1)\right] \quad \forall t \geq 1 \ et\ S_{pa}(0) \gneqq 0 \tag{3}$$

Ce stock a une forme assez standard : $S_{pa}(t)$ dépend du stock en date précédente ($S_{pa}(t-1)$) et des émissions $P(t-1)$ de la période "t" écoulée, le tout étant partiellement assimilé au taux $m \in]0,1[$. Sans autres considérations jusqu'ici, le stock vaut comme chez Howarth et Norgaard (1992), $(1-m)\left[P(t-1) + S_{pa}(t-1)\right]$. Aussi, nous intégrons l'impact $I(D(t))$ sur ce dernier, des transferts $D(t)$ réalisés depuis le pays riche ("investissements verts"). Précisément, on suppose que $I(D(t))$ est de la forme $1/[\eta D(t)]$ - avec $\eta \in]0,1[$ et $D(t) = N_2 d(t)\ \forall t$, en raison du nombre constant d'individus à l'origine des transferts dans le pays riche (N_2). Il s'agit donc d'une augmentation de la capacité d'assimilation du milieu, $I(D(t))$ mesurant l'effet des "investissements verts" à la fois

8. Au demeurant, si nous faisions une telle hypothèse, comment les pays pauvres pourraient-ils réellement les employer sans disposer de capital ?

sur les émissions courantes $P(t-1)$ et sur le stock passé $S_{pa}(t-1)$. On réecrit [9] :

$$S_{pa}(t) = \frac{(1-m)\left[P(t-1) + S_{pa}(t-1)\right]}{\eta N_2 d(t)}, \ \ \forall t \geq 1 \tag{4}$$

Par ailleurs, nous faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse H2: A la date "0", $S_{pa}(0) = 1/\varepsilon$, avec : $\varepsilon \in]0{,}1[$.

Puisque "0" n'est pas le début de l'histoire mais seulement d'une nouvelle ère, le stock de polluant en "0" est celui stabilisé qui prévalait auparavant (cf. "contextualisation" *supra*). Le choix de $S_{pa}(0) = 1/\varepsilon$ tient au fait que jusqu'à la date "0", on a indiqué que le stock de polluant agricole n'influençait pas l'état de l'environnement mondial (cf. ci-après sous-section 2.3).

Ces stocks de polluants peuvent bouleverser le cycle de l'eau par la contamination des nappes et des rivières, entrainant une perturbation des milieux marins dont on sait le rôle qu'ils jouent dans la régulation climatique du globe. Néanmoins, il est admis aujourd'hui qu'ils ont un impact plus direct, l'élevage et les cultures (notamment du riz) génèrant l'émission de *GES*. Michaelis (1999) mentionne à ce titre que les polluants agricoles ont une influence non négligeable et surtout que leurs coûts d'élimination par unité peuvent être, suivant le polluant, de 150 à 450 fois supérieurs à celui du CO_2, compensant partiellement leurs plus faibles volumes. On peut donc convertir les stocks $S_{pa}(t)$ en équivalents *GES* en utilisant la règle suivante :

$$S^1_{ges}(t) = \phi(t) S_{pa}(t) \ \ \forall t \geq 0, \ avec: \phi(t) = \varepsilon^{\left[\frac{L_1(0)}{L_1(t)}\right]}, \ \varepsilon \in]0{,}1[\tag{5}$$

Notons que $L_1(0)/L_1(0) = 1$ et que d'après (2), $L_1(0)/L_1(t) = 1/(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}$ $\forall t \geq 1$. Par conséquent faisons deux remarques :

* D'après l'hypothèses H2 on a $S_{pa}(0) = 1/\varepsilon$. Aussi avec (5) on peut dire que $S^1_{ges}(0) = \phi(0) S_{pa}(0) = \varepsilon * 1/\varepsilon = 1$.

* Par ailleurs, pour toute date $t \geq 1$, le stock équivalent-*GES* $S^1_{ges}(t)$ de $S_{pa}(t)$ sera une proportion variable $\phi(t)$ de $S_{pa}(t)$ puisque $\phi(t) \in]0{,}1]$. Autrement dit, le polluant agricole stocké ne se convertit que partiellement en *GES*, à hauteur de $\phi(t)$ à chaque date, mais de plus en plus puisque $\phi(t)$ est croissant dans le temps. En effet observons que $\frac{\partial L_1(t)}{\partial t} \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial (L_1(0)/L_1(t))}{\partial t} \leq 0$ $\Rightarrow \dot{\phi}\ (t) \geq 0$ car $\varepsilon \in]0{,}1[$ et $\frac{L_1(0)}{L_1(t)} \leq 1 \forall t$. Ainsi, la pression démographique accentue l'émission de polluants, ce qui accroît $S_{pa}(t)$, lequel stock se convertira par ailleurs de plus en plus fortement en *GES* en raison de $\dot{\phi}\ (t) \geq 0$. L'idée est que les stocks de polluants agricoles se convertissent d'autant plus fortement en *GES* qu'ils sont importants, en écho à la démographie et aux pollutions croissantes, le milieu parvenant de moins en moins à empêcher leur transformation en *GES* [10].

Le paragraphe suivant expose la situation des pays riches en termes de pollution et explicite la dimension "externalité internationale" de l'émission de polluants dans le pays pauvre.

---

9. Si cette forme multiplicative se démarque des formes additives plus standards ($S_{pa}(t) = F[P(t-1), S_{pa}(t-1), m] - I(D(t))$) il reste que notre formulation ne change rien de fondamental : il est toujours possible de réecrire la valeur absolue d'une différence entre deux réels comme le produit de deux réels. Et une fois connu l'impact des fonds transférés sur le stock de pollution (i.e. $I(.)$), les agents de l'économie riche à l'origine de ces fonds adaptent leurs comportements. Enfin, notons que cette forme multiplicative est nécessaire à l'obtention d'une solution au programme de maximisation de l'agent de l'économie riche, ainsi qu'à l'étude de sa soutenabilité.

10. On pourrait aller jusqu'à la conversion totale ($\phi(.) = 1$) si la population devait tendre vers l'infini - i.e. quand $\alpha \to 1$. En effet, si $\alpha \to 1$, $t \to \infty \lim \phi(t) = L_1(\infty) \lim \phi(t) = 1$, car $\alpha \to 1 \lim \frac{L_1(0)}{L_1(\infty)} = \alpha \to 1 \lim 1/ \ i \overset{\infty}{=} 1$ $(1+n_1)^{\alpha^{t-i}} = 0$

2.2 Externalité internationale et qualité de l'environnement mondial

Nous savons qu'à toute date "t", le stock de polluant agricole de l'économie pauvre se convertit en équivalent-*GES* : $S^1_{ges}(t) = \phi(t)S_{pa}(t)\forall t \geq 0$, avec $S^1_{ges}(0) = 1$. Par ailleurs, l'économie riche ayant stabilisé son stock de polluants industriels, on a : $S^2_{ges}(t) = S^2_{ges} \gneqq 1\ \forall t \geq 0$. Ces stocks correspondent aux deux zones économiques du globe et sont à ce titre distingués en tant que substances d'origine différente, agricole au Sud, industrielle au Nord. Nous pouvons alors définir un indicateur du stock de *GES* par zone géographique qui soit croissant des stocks de chaque zone. Nous choisissons une moyenne géométrique - $\overline{S_{ges}}(t) = \left[S^1_{ges}(t)\right]^\lambda [S^2_{ges}]^{1-\lambda}\ \forall t$ - préférée à une moyenne arithmétique pondérée - $\overline{S_{ges}}(t) = \lambda S^1_{ges}(t) + (1-\lambda)S^2_{ges}$ - afin de faciliter la résolution du programme d'optimisation de l'agent de l'économie riche et pouvoir ensuite se prononcer sur la soutenabilité de l'économie riche. En théorie, λ et $1-\lambda$ sont des paramètres de pondération appartenenant à]0,1[. En effet, le stock de pollution (moyen) observé in fine dans chaque zone compte tenu des stocks respectifs de chacune, dépend de l'importance de leurs aires géographiques à l'echelle du globe. En d'autres termes, si pour une date "t" donnée, le volume d'équivalents-*GES* de l'aire économique 2 (S^2_{ges}) était deux fois supérieurs au volume $S^1_{ges}(t)$ de la zone 1 mais sur une aire 3 fois plus grande, alors pour trouver le stock de polluant moyen présent *in fine* dans chaque zone, il faudrait pondérer trois fois plus $S^1_{ges}(t)$ que S^2_{ges} - donc choisir $\lambda = 3/4$. Nos régions n'étant pas différenciées en termes d'aires géographiques, λ et $1-\lambda$ sont identiques et on a : $\overline{S_{ges}}(t) = [S^1_{ges}(t)S^2_{ges}]^{1/2}$, avec $\overline{S_{ges}}(0) = [S^2_{ges}]^{1/2}$ car $S^1_{ges}(0) = 1$.

Ce stock de pollution relevé *dans chaque zone* est un indicateur de la qualité de l'environnement mondial que l'on écrit comme suit :

$$E(t) = 1/\overline{S_{ges}}(t) = 1/[S^1_{ges}(t)S^2_{ges}]^{1/2}\ \forall t,\ avec : E(0) = 1/[S^2_{ges}]^{1/2} \tag{6}$$

On vérifie qu'en "0", la qualité de l'environnement dépend uniquement du stock incompressible du pays riche S^2_{ges}, le stock d'équivalent-*GES* du pays pauvre $S^1_{ges}(0)$ vallant "1". En revanche, pour $t \geq 1$, seule l'évolution du stock de *GES* du pays pauvre conditionnera la qualité de l'environnement, S^2_{ges} étant stable. C'est l'aspect externalité internationale des émissions des pays pauvres après "0" et nous verrons comment le pays riche organise des transferts afin de s'éviter une évolution défavorable de $E(t)$ par rapport à $E(0)$.

3 Dynamiques économiques

3.1 Dynamique de l'économie pauvre

Rappelons que c'est une économie primaire avec croissance démographique, fondée sur l'exploitation par les jeunes, des terres appartenant aux retraités et léguées de génération en génération (*H1*). Les jeunes offrent donc le travail $L_1(t)$ et leurs parents, les terres $T(t) = T$. Le revenu agricole est donné par :

$$X(t) = [E(t)]^\xi\, L_1(t)^{\alpha_1}T^{1-\alpha_1}\ \forall t,\ avec : \xi\ et\ \ \alpha_1 \in]0{,}1[\tag{7}$$

Ainsi $\forall t$, $X(t)$ dépend de l'environnement $E(t)$. Faisons deux remarques :

(i) Pendant toute la période étudiée, bien que le stock S^2_{ges} du pays riche ait été ramené à son niveau incompressible, il reste que *ceteris paribus,* il jouera toujours en défaveur du revenu de l'économie pauvre. En effet, il est aisé de voir que $E(t)$ - à savoir $1/[S^1_{ges}(t)S^2_{ges}]^{1/2}$ - peut se réecrire en fonction de $E(0)$ comme suit: $E(t) = E(0)/[S^1_{ges}(t)]^{1/2}$. Un $E(0)$ d'autant plus faible, et donc en amont un S_{ges}^2 d'autant plus élevé, joue d'autant plus contre le revenu $X(t)$ des pays pauvres. C'est la traduction de la responsabilité historique des nations développées vis à vis du Sud.

(ii) Néanmoins, durant cette même période, puisque le stock de GES du pays riche est justement stabilisé, alors l'évolution de l'environnement ne dépendra plus que des pollutions du Sud, et par suite des fonds reçus pour lutter contre. C'est la traduction de la situation délicate dans laquelle est l'économie pauvre, dont le revenu dépend non seulement du passé polluant du pays riche, mais en plus de ses propres émissions faute de pouvoir y remédier. Sa démographie lui est préjudiciable et la pollution à laquelle elle donne lieu vient achever de la placer - hors considération des transferts pour l'instant - sur une trajectoire insoutenable[11].

C'est le revenu *par tête des jeunes* $x(t)$ qui conditionnera les consommations s'imposant à chacun. A la date "0", comme il y a autant de jeunes que de retraités - $N_1(0) = N_1(-1)$ - et comme $T(t) = T\ \forall t$, alors avec (7), on a : $x(0) = X(0)/N_1(0) = [E(0)]^{\xi} \left[\frac{T}{N_1(-1)}\right]^{1-\alpha_1}$. Soit *in fine* $x(0) = [E(0)]^{\xi} \zeta^{1-\alpha_1}$ en posant $\zeta = T/N_1(0) = T/N_1(-1)$.

"ζ" est donc la surface de terre par tête des retraités en "0" ou encore par tête des jeunes puisqu'à cette date ils sont en nombres identiques. De fait, en combinant la relation (2) avec $\zeta = T/N_1(0) = T/N_1(-1)$, on peut écrire qu'à tout $t \geq 1$, le revenu par tête des jeunes $x(t) = X(t)/N_1(t)$ vaut :

$$x(t) = [E(t)]^{\xi} \frac{1}{\left[i = 1\prod^{t}(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}\right]^{1-\alpha_1}} \zeta^{1-\alpha_1}, \quad \forall t \geq 1 \tag{8}$$

Côté offre, les exploitations en concurrence maximisent leur profit, de sorte que les facteurs offerts de façon concurrentielle sont rémunérés à leur productivité marginale[12]:

$$\begin{aligned}
\frac{w_1(t)}{p_x(t)} &= PmL_1(t) \Leftrightarrow \frac{w_1(t)}{p_x(t)} = \alpha_1 x(t),\ \forall t \geqslant 0 \\
et &: \\
a)\ \frac{q(0)}{p_x(0)} &= PmT(0) \Leftrightarrow \frac{q(0)}{p_x(0)} = \frac{(1-\alpha_1)x(0)}{\zeta},\ en\ "0" \\
b)\ \frac{q(t)}{p_x(t)} &= PmT(t) \Leftrightarrow \frac{q(t)}{p_x(t)} = \frac{(1-\alpha_1)x(t)}{\zeta/\left[i = 1^t(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}\right]},\ \forall t \geqslant 1
\end{aligned}$$

Avec $w_1(t)$ et $q(t)$ les prix nominaux, respectivement, du travail et de la terre et $p_x(t)$ le prix du bien agricole.

Côté demande, les jeunes ne pouvant accumuler du capital, ils consomment l'inté- gralité de leurs salaires. Ceci signifie - malgré la structure à générations imbriquées - que les agents ne maximisent aucune fonction de préférence intertemporelle : étant cantonnés dans une situation d'extreme précarité, ils n'ont pas de comportement par rapport au futur. Ainsi, chaque jeune consomme la rémunération de l'unité de travail qu'il offre inélastiquement ($l_1(t) = 1$) au taux de salaire $w_1(t)/p_x(t)$. Enfin, les vieux consomment l'intégralité de leur rente agricole, c'est à dire -

11. L'idée d'une inéluctable spirale descendante "pauvreté - démographie - pollution" fait évidemment débat (cf. Scherr (2000)). Or s'il n'y a pas de fatalité, la possibilité d'une situation aussi désastreuse ne peut être exclue. Pour un aperçu général de la situation des PMA et des perspectives inquiétantes à leur sujet, voir le rapport 2000 de la CNUCED.

12. Il existe en effet un marché de location des terres ainsi qu'un marché du travail, si bien que chaque jeune n'exploite pas forcément la terre de ses parents. Cela empêche la possibilité "d'arrangements" divers entre enfants et parents sur la répartition du revenu des terres. Ce marché de location des terres n'évacue au demeurant en rien le fait qu'à la mort de chaque génération de parents, ceux-ci lèguent leurs terres à leurs enfants (H1).

par tête - la rémunération au prix unitaire $q(t)/p_x(t)$ perçue sur les $T/N_1(t-1)$ terres louées.

Ainsi, les consommations par tête des jeunes et des vieux valent respectivement :

i) En $t = 0$:

$$C_0^1(0) = \frac{w_1(0)}{p_x(0)} = \alpha_1 x(0)$$
$$C_{-1}^1(0) = \frac{q(0)}{p_x(0)} \frac{T}{N_1(-1)} = (1-\alpha_1)x(0)$$

En notant que $N_1(0) = N_1(-1)$, on vérifie que le marché du bien est soldé :

$$N_1(0)C_0^1(0) + N_1(-1)C_{-1}^1(0) = N_1(0)[C_0^1(0) + C_{-1}^1(0)] = X(0)$$

ii) Pour toute date $t \geq 1$, en utilisant $PmL_1(t)$ et $PmT(t)$, on a :

$$C_t^1(t) = \frac{w_1(t)}{p_x(t)} = \alpha_1 x(t)$$
$$C_{t-1}^1(t) = \frac{q(t)}{p_x(t)} \frac{T}{N_1(t-1)} = (1-\alpha_1)x(t)(1+n_1)^{\alpha^{t-1}}$$

Enfin, comme $N_1(t-1) = N_1(t)/(1+n_1)^{\alpha^{t-1}} \forall\ t \geq 1$, le marché est soldé :
$N_1(t)C_t^1(t) + N_1(t-1)C_{t-1}^1(t) = \left[N_1(t)\alpha_1 + \frac{N_1(t)(1-\alpha_1)(1+n_1)^{\alpha^{t-1}}}{(1+n_1)^{\alpha^{t-1}}}\right] x(t) = X(t)$

Soulignons à nouveau l'importance de la qualité de l'environnement pour les agents de cette économie, via l'impact de $E(t)$ sur $x(t)$ et par suite sur les consommations aux deux périodes. Voyons désormais comment les agents des pays riches répondent au problème de la pollution du Sud.

3.2 Dynamique de l'économie riche

L'économie riche est appréhendée à l'aide d'un modèle à générations imbriquées de concurrence pure et parfaite, avec accumulation de capital et agents homogènes. La population est stable, égale à N_2.

Côte offre, seuls les jeunes travaillent, leurs parents retraités étant dotés d'une épargne $S(t-1)$ constituée en période de jeunesse. La production de biens et services est assurée par des firmes en concurrence. Elles emploient les jeunes nés en "t", qui offrent chacun inélastiquement une unité de travail ($l_2(t) = 1$) - si bien qu'on a $L_2(t) = N_2\ \forall t$ -, et louent le capital des retraités, $K(t) = S(t-1)$. Le bien est consommé ou investi : en capital ou en fonds à but environnemental transférés au Sud. La production agrégée de type Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants, n'est pas affectée par l'environnement. On a $Y(t) = K(t)^{\alpha_2}L_2(t)^{1-\alpha_2},\ \ \alpha_2 \in]0,1[$ et le produit par tête vaut :

$$y(t) = k(t)^{\alpha_2},\ \ avec : k(t) = K(t)/N_2\ et\ \ k(0) \gneqq 0 \tag{9}$$

$k(0)$ appartient à chaque retraité issu de l'ère antérieure et $k(t)$ - le capital par tête - est la variable déterminante du processus de croissance.

Les firmes achètent les facteurs de production à leurs prix de marché. $K(t)$ est loué au taux d'intêret nominal net $r(t)$ et rétrocédé intégralement après utilisation sous forme de bien à ses détenteurs. $L_2(t)$ est rémunéré au taux de salaire nominal $w_2(t)$. Le prix du bien est $p_y(t)$ et comme les rendements d'échelle sont constants, alors la maximisation du profit global conduit à l'équilibre à l'égalisation des productivités marginales des facteurs à leurs prix de marché réels [13] :

$$\frac{1+r(t)}{p_y(t)} = \alpha_2 \frac{y(t)}{k(t)} = \alpha_2 k(t)^{\alpha_2 - 1} \text{ et } \frac{w_2(t)}{p_y(t)} = (1-\alpha_2)y(t) = (1-\alpha_2)k(t)^{\alpha_2}$$

Côté demande, nous supposons que l'utilité des agents dépend non seulement de leur consommation mais aussi de la *qualité relative* de l'environnement courant $E(t)$ par rapport à celle qui prévaut en "0" - puisque $E(0)$ est le seul niveau de qualité de l'environnement qui soit de leur unique responsabilité, avant que ne vienne interférer la pollution du Sud. Par ailleurs, pour alléger le programme de maximisation, et en suivant ici John et Pecchenino (1994), John et *alii.* (1995), ou encore Jouvet, Michel, Vidal (1997), nous supposons que chaque agent né en "t" n'éprouve d'utilité pour la consommation et, ici, la qualité *relative* de l'environnement, qu'en période de retraite "t+1" [14]. Avec une utilité de type logarithmique, on a :

$$U_t = \theta \ln C_t^2(t+1) + (1-\theta) \ln \left(\frac{E(t+1)}{E(0)} \right)^{\frac{1}{E(0)}} , \ \ \theta \in]0{,}1[$$

(i) Ainsi, quelle que soit la date $t \geq 0$, l'agent du pays riche est sensible à toute variation de $E(t+1)$ par rapport à $E(0)$. Si $E(t+1)$ est supérieur à $E(0)$, l'agent enregistre un gain d'utilité et inversement. Et si $E(t+1)$ devait demeurer au niveau $E(0)$, autrement dit, si à partir de "0" les pollutions agricoles des pays pauvres s'avéraient sans influence sur l'environnement mondial, alors l'agent n'éprouverait d'utilité que pour la consommation. En effet, puisque la qualité demeurerait au niveau $E(0)$ associé à leur seul stock incompressible, et puisque n'y pouvant rien changer, ils évacueraient tout risque que la qualité environnementale varie, se satisfaisant "par défaut" de ce $E(0)$.

(ii) L'exposant $1/E(0) \geq 1$ traduit l'idée que la sensibilité à la variation de $E(t+1)$ par rapport à $E(0)$ est d'autant plus élevée que ce référentiel est faible : Si la qualité initiale de l'environnement $E(0)$ est faible - signe que le stock de *GES* incompressible des pays riches est élevé - alors les agents seront d'autant plus sensibles à toute variation de $E(t+1)$ par rapport à $E(0)$.

(iii) Cette fonction remplit les conditions standard par rapport à ses arguments.

Ainsi, $\forall t$, la qualité de l'environnement $E(t+1)$ dont bénéficieront les agents nés en "t" par rapport à la qualité initiale $E(0)$, dépendra des pollutions de l'économie pauvre et par suite, des transferts organisés pour obtenir un rapport $E(t+1)/E(0)$ qui leur offre une satisfaction maximale. L'agent représentatif arbitre donc son salaire entre, d'une part, la constitution d'une épargne $s(t)$ - appelée à devenir le capital productif $k(t+1)$ valorisable au taux d'intérêt $\frac{r(t+1)}{p_y(t+1)}$ et consommable alors - et d'autre part, le flux à but environnemental $d(t+1)$ transféré dans le pays pauvre.

En utilisant les relations (5) et (6), le programme de l'agent s'écrit :

13. Comme il s'agit d'un économie réelle, on peut tout à fait normaliser le prix nominal du bien par 1. Cela revient à considérer les prix de marché nominaux des facteurs (salaire nominal et taux d'intérêt nominal) comme équivalents à leurs prix réels. Notons que la même remarque s'applique à l'économie pauvre compte tenu qu'il n'y a pas d'échanges commerciaux et qu'on ne s'interesse donc pas au rapport de prix du bien agricole et du bien de consommation.

14. Cette hypothèse peut surprendre et s'explique par le fait que notre préoccupation n'est pas de savoir comment un agent jeune choisirait ses niveaux de consommation à ses deux périodes de vie, mais bien de voir comment il opère un arbitrage entre épargne (pour consommer ensuite) et investissement environnemental dans les pays pauvres, pour bénéficier d'une certaine qualité de l'environnement en "t+1". Par ailleurs, si avec cette hypothèse l'agent semble être insensible à la qualité de l'environnement en période de jeunesse par rapport à E(0), c'est simplement parce que E(t) lui est "légué à sa naissance", sans qu'il puisse l'influencer à l'inverse de E(t+1).

$$
\begin{aligned}
C_t^2(t+1), \frac{E(t+1)}{E(0)} Max \;\; U_t &= \theta \ln C_t^2(t+1) + \frac{1-\theta}{E(0)} \ln\left(\frac{E(t+1)}{E(0)}\right) \\
s.c \;\; &: \;\; k(t+1) + d(t+1) = \frac{w_2(t)}{p_y(t)} \\
&: \;\; C_t^2(t+1) = \frac{1+r(t+1)}{p_y(t+1)} k(t+1) \\
&: \;\; E(t+1) = \frac{1}{[S_{ges}^1(t+1) S_{ges}^2]^{1/2}} \quad et : E(0) = \frac{1}{[S_{ges}^2]^{1/2}} \\
&: \;\; S_{ges}^1(t+1) = \phi(t+1) S_{pa}(t+1) = \phi(t+1) \frac{(1-m)\left[P(t) + S_{pa}(t)\right]}{\eta N_2 d(t+1)}
\end{aligned}
$$

Les variables de décision sont $k(t+1)$ et $d(t+1)$, lesquelles influencent respectivement, $C_t^2(t+1)$ et $E(t+1)/E(0)$. La résolution du programme à l'aide d'un lagrangien donne l'arbitrage suivant :

$$
k(t+1) = \frac{2\theta E(0)}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} \frac{w_2(t)}{p_y(t)} = \frac{2\theta E(0)}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} (1-\alpha_2) k(t)^{\alpha_2} \tag{10}
$$

$$
d(t+1) = \frac{1-\theta}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} \frac{w_2(t)}{p_y(t)} = \frac{1-\theta}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} (1-\alpha_2) k(t)^{\alpha_2} \tag{11}
$$

Ces relations de récurrence déterminent, respectivement, la dynamique économique du pays riche - laquelle conditionne la croissance et donc le bien-être "économique" - et deuxièmement, la série des transferts qui influencent l'évolution de la qualité de l'environnement par rapport à $E(0)$[15]. Laquelle série conditionne le bien-être "environnemental" des pays riches, et le bien-être économique des pays pauvres (Impact de $E(t)$ sur $X(t)$). La règle d'arbitrage entre capital productif et fonds transférés - ou taux marginal de substitution entre consommation et environnement - est $\frac{\partial d(t+1)}{\partial k(t+1)} = \frac{1-\theta}{2\theta E(0)}$. Remarquons l'influence de la référence $E(0)$ dans l'arbitrage $k(t+1)$ / $d(t+1)$. En l'occurence, la part de salaire transférée dans les pays pauvres, afin d'y développer le patrimoine écologique et lutter contre leurs pollutions, est décroissante en $E(0)$. D'où la proposition suivante :

> Proposition P1 : Plus la qualité de l'environnement de référence $E(0)$ est faible, plus la part de salaire dévolue *à chaque date* à l'écologie dans le pays pauvre est élevée. Et inversement.
> *Preuve* : Elle est immédiate : $\partial \frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]} / \partial E(0) \leq 0$.

Par conséquent, pour toute période "$t \geq 1$" considérée isolément et *en termes de fonds reçus* (nous soulignons), les pays pauvres ont intérêt à ce que la qualité initiale $E(0)$ à laquelle se réfèrent les agents de l'économie riche soit la plus faible possible. Mais, si c'est le cas en termes de fonds reçus, rappelons qu'un $E(0)$ faible signifie aussi - en niveau et *ceteris paribus* - un revenu par tête $x(t)$ plus faible à chaque date (*cf supra*). Le bilan d'un $E(0)$ faible s'avère donc contrasté. En l'occurence il est négatif, et l'on est conduit à faire la proposition suivante :

> Proposition P2 : *A une date "t" donnée*, l'économie pauvre a un revenu par tête croissant avec la qualité initiale de l'environnement : $\partial x(t)/\partial E(0) \geq 0$.
> *Preuve* : Donnée dans l'*Appendice 2*.

15. Nous donnons dans l'appendice mathématique 1 les valeurs d'équilibre des variables auxquelles l'agent de l'économie riche est sensible : $C_t^2(t+1)$ et $E(t+1)/E(0)$, pendants (respectivement) de (11a) et (11b). Puis, nous vérifions que le marché est soldé.

Il est donc bien préférable pour une génération quelconque de l'économie pauvre qu'elle - si c'est la première -, ou ses ascendants nés en "0" - si elle suit - ai(en)t débuté avec une qualité $E(0)$ plus élevée, même si conformément à P1, cela signifiera d'autant moins de transferts ensuite.

Dans ces propositions nous raisonnons *à une date "t" quelconque* et non dans une optique de long terme. Or, dans le cas particulier où la qualité de référence $E(0)$ serait faible - signe d'un passé industriel très polluant au Nord - il convient de savoir si se fier aux choix des générations non altruistes de l'économie riche, optimaux de leur stricte point de vue (cf. P1), n'est pas risqué - alors que cette situation (cf. P2) est déjà défavorable à chaque date aux pays pauvres. En effet, compte tenu que la part $d(t+1)$ du salaire de l'agent riche affectée à l'environnement dans le pays pauvre "fait concurrence" à la part qu'il désigne à sa consommation et donc en amont à l'accumulation de capital, il se trouve que si $E(0)$ devait être faible, alors cette dernière n'en serait que plus réduite. Ainsi, *dans une perspective de long terme*, un niveau trop faible de $E(0)$ limiterait par trop l'accumulation du capital et par suite, le potentiel de transferts dans le pays pauvre - au point de l'écarter toujours plus d'une possible trajectoire durable. En effet, observons avec (11 b) les cas limites suivants, lequels indiquent la part de salaire dévolue à chaque date à l'écologie dans le pays pauvre, quand la qualité initiale de l'environnement $E(0)$ est proche du niveau maximal ou au contraire proche de zéro :

$$E(0) \to 1 \lim \frac{1-\theta}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} = \frac{1-\theta}{1+\theta} \text{ et } E(0) \to 0 \lim \frac{1-\theta}{1-\theta\left[1-2E(0)\right]} = 1$$

Le premier cas - en apparence surprenant -, s'explique par le fait que même si la qualité initiale de l'environnement est proche du maximum, il reste que pour demeurer dans son voisinage, les agents des pays riches devront consacrer la part $\frac{1-\theta}{1+\theta}$ de leur revenu à la lutte contre la pollution du Sud.

Le second cas indique que si $E(0)$ est proche de zéro, alors l'agent de l'économie riche devient tellement sensible à toute variation de $E(t+1)$ par rapport à ce $E(0)$ médiocre, qu'il transfère la quasi-intégralité de son salaire à la lutte contre la pollution des pays pauvres - et ce, nécessairement au détriment de l'accumulation du capital. Ceci nous amène à engager la discussion suivante.

◇ La situation évoquée à l'instant - raisonnable pour un agent vivant une durée limitée quand $E(0)$ tend vers 0, puisqu'elle ressort de ses choix optimaux - peut néanmoins conduire à des processus de croissance impliquant des trajectoires de transferts et donc de préservation de l'environnement d'autant plus réduites dans le temps que la préoccupation pour l'environnement aura été paradoxalement plus élevée. En effet, si $E(0)$ est très faible, la dynamique d'accumulation du capital de la succession de générations à horrizon limité qui ressort de (11a), peut à partir d'un certain stade, suivre une trajectoire telle que le montant de transferts qu'il sera alors possible d'opérer sur cette base, et donc la qualité environnementale qu'il sera possible d'atteindre dans le futur, sera inférieure à ce qu'il eut été possible d'obtenir si on avait fait le choix de ne pas tant investir initialement dans l'environnement. De fait, il existe nécessairement un niveau minimal $\underline{E(0)}$ de $E(0)$, en deçà duquel il n'est plus raisonnable dans une optique de long terme de fonder les choix d'investissement environnementaux sur la base de cette référence. Ceci appelle la question de savoir si dans un tel cas - $E(0) \leq \underline{E(0)}$ - l'intervention d'un planificateur qui ferait le choix de reporter une part des "investissements verts" pour accumuler davantage et se constituer ainsi plus de moyens d'améliorer l'environnement plus tard, est fondée ou non. Une telle intervention conduit en fait à un dilemme entre la pareto-optimalité de la trajectoire de croissance dans le pays riche et l'équité entre générations du pays riche et du pays pauvre. Voyons cet aspect du débat.

Quelque soit $E(0)$, la trajectoire du capital par tête du pays riche et la croissance qui en découle sont pareto-optimales et soutenables (cf. infra Section 4). De fait, une intervention dans le cas "$E(0)$ faible" pose la question de savoir s'il est légitime de sacrifier le bien-être de générations présentes des deux pays - en laissant paradoxalement se dégrader l'environnement un certain temps -, afin de favoriser l'accumulation et par suite les transferts, au bénéfice des générations futures. Cette question n'est pas anodine pour deux raisons :

(i) Le fait qu'à partir de "0" les nouvelles émissions proviennent uniquement du Sud, implique que l'arbitrage du planificateur en faveur des générations futures pourrait s'avérer injuste pour les générations présentes du Nord. Cependant, bien que son stock de GES ait été stabilisé, il reste qu'en raison de son caractère permanent, le Nord conserve une responsabilité inaliénable - et ici très préjudiciable au Sud, puisque $E(0)$ est faible et que $\partial x(t)/\partial E(0) \geq 0$. Aussi, un arbitrage en faveur des générations futures, donc aux dépens des générations présentes des deux pays, semblerait légitime concernant le Nord. S'agissant en revanche des générations présentes de l'économie pauvre, on aurait tendance à penser que cette intervention est injustifiée, aucune génération - pas plus aujourd'hui que demain - n'ayant ici les moyens de lutter contre sa pollution. Or malgré les transferts, nous verrons que l'économie pauvre est insoutenable. Aussi, à défaut d'espérer qu'une telle intervention les conduise sur la voie d'un développement durable, au moins permettrait-elle peut-être aux génération futures de ne pas franchir un seuil "non viable". Et à ce titre au moins, elle apparaitrait légitime.

Cependant, un élément important vient contrebalancer le choix en faveur d'une intervention quand $E(0)$ est très faible.

(ii) En effet, accepter une intervention - donc une dégradation initiale accrue de l'environnement moyenant une accumulation plus forte, pour espérer l'améliorer ensuite - ça n'est pas seulement accepter le principe d'un "sacrifice" des générations présentes, c'est aussi supposer implicitement (ce que nous avons fait ici[16]) qu'il n'existe pas de seuil E^s de la qualité de l'environnement en deçà duquel toute réversion est impossible. Or dans la réalité, des phénomènes d'irréversibilité sont à l'oeuvre, au moins à partir d'un certain niveau de dégradation. De sorte que si $E(0)$ devait être à peine supérieure au seuil évoqué, alors adopter les recommandations du planificateur (en raison de $E^s \leq E(0) \leq \underline{E(0)}$) ferait courir le risque de descendre en dessous et de ne plus pouvoir alors inverser le processus à terme. Dans ce cas, un principe de précaution voudrait qu'on adopte pas la stratégie du régulateur. $\diamond$

Bien qu'elle ne puisse être exclue, la situation envisagée dans la discussion (stabilisation des *GES* dans les pays riches à un niveau tellement élevé que $E(0)$ serait très faible) a en pratique peu de risque de se produire. On imagine mal en effet que les pays riches soient parvenus à stabiliser leur stock de *GES* à un niveau incompressible, donc par hypothèse le plus bas possible, et qu'*in fine* celui-ci soit encore très grand. Cela paraît improbable, sauf peut-être en cas de mauvaise stratégie énergétique combinée à un phénomène d'hystérèse excluant un retour en arrière. Disons au moins, puisque notre modèle est seulement prospectif, que cela devrait inciter les pays riches qui n'ont pas encore stabilisé leurs stocks de *GES* , à aller le plus loin possible dans la lutte contre leurs propres pollutions - afin d'éviter de se retrouver avec un $E(0)$ trop faible. D'une certaine façon, opter maintenant pour des stratégies de stabilisation des *GES* aux niveaux les plus faibles

16. Nous avons en effet considéré "par défaut", qu'il n'y avait pas d'irréversibilité, toute tendance éventuelle à la baisse de la qualité de l'environnement pouvant être inversée. C'est un présupposé fort et implicite dans de nombreux papiers - notamment ceux déjà cités de Howarth et Norgaard (1992), John et Pecchenino (1994), John et alii (1995) ou Jouvet, Michel, Vidal (1997).

possibles dans les pays riches, reviendrait à se ménager les marges d'actions nécessaires à une lutte efficace contre la pollution des pays pauvres le moment venu. On peut donc voir cette stratégie comme une autre application du *principe de précau*tion, avant "0".

Dans la section suivante, nous montrons les points suivants :

1. La dynamique économique du pays riche lui permet de satisfaire à un critère de soutenabilité, à savoir la non décroissance de l'utilité des générations dans le temps.

2. Les transferts optimaux du point de vue des générations de l'économie riche ne permettent pas à l'économie pauvre d'enclencher un sentier de croissance durable.

4 Soutenabilité des sentiers de croissance

4.1 Soutenabilité de l'économie riche

Le sentier de croissance de l'économie riche est soutenable :

> (a) si pour l'infinité de périodes avant l'état stationnaire, l'utilité de chaque génération est supérieure ou égale à celle de la précédente : $U_t \geq U_{t-1}$ quand $t \in [1,t^*[$
> (b) et si parvenu à l'état stationnaire, l'utilité demeure infiniment à un niveau maximum U^* : $U_{t^*-1} = U_{t^*} = U^*$ quand $t = t^* = +\infty$

Lemme 1 *(a) est satisfait si* $\forall t \in [1,t^*[$, $S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t) d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]} \frac{\eta N_2}{(1-m)} \phi(t)^{[\Xi(t)]} - d(t)^{[\Psi]}} \approx \Upsilon(t)$, *avec:*

$$(i) \quad : \quad \Omega = \frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta} \quad et \quad \Psi = \frac{\alpha_2[\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}{1-\theta} \tag{12}$$

$$(ii) \quad : \quad A = \frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta\,[1-2E(0)]} \left(\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right)^{\alpha_2} \quad et \quad \Xi(t) = \frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}$$

Preuve : Donnée dans l'*Appendice 3.*

Ainsi, pour garantir que le long du sentier menant à l'état stationnaire on a $U_t \geq U_{t-1}$, il faut qu'à chaque date, le stock de pollution agricole observé dans l'économie pauvre $S_{pa}(t)$ soit supérieur au seuil $\Upsilon(t)$. Ce seuil peut être vu comme le stock de pollution agricole en deçà duquel il est inutile (car inefficace) du point de vue des agents de l'éconmie riche de descendre. Ils ne descendront donc jamais en dessous et l'on peut faire la proposition suivante :

> Proposition P3 : L'économie riche génère une dynamique d'accumulation et de préservation de l'environnement, (i), qui est pareto-optimale du point de vue de chaque génération et, (ii), qui respecte un critère de soutenabilité durant toute la dynamique de transition menant à l'état stationnaire, puisque : $U_{t-1} \leq U_t \leq ..... \leq U^*$, $\forall t \in [1,\infty]$
> *Preuve du point (i)* : Le stock de polluant agricole dans le pays pauvre ressortant à chaque date de l'arbitrage optimal de chaque génération de l'économie riche entre "transferts" et "accumulation", il est de fait impossible d'améliorer la satisfaction de l'une des générations sans dégrader celle d'au moins une autre.
> *La preuve de (ii)* tient aux deux points suivants :
> Premièrement, observons simplement que la dynamique économique du pays riche a un caractère monotone.
> Deuxièment, notons qu'à partir de la valeur *courante* du stock de pollution $S_{pa}(t)$ et de son seuil *théorique* $\Upsilon(t)$ - borne inférieure telle que $U_t \geq U_{t-1}$ *avant l'état stationnaire -,*

on montre (cf. *Appendice 4*) qu'*à l'état stationnaire précisément*, S_{pa}^* équivaut au seuil stationnaire Υ^*. Ce qui signifie que quand $t^*-1=t^*=\infty$ on sature l'inégalité (a) - $U_t \geq U_{t-1}$ -, ou encore que l'égalité (b) requise à l'état stationnaire - $U_{t^*-1}=U_{t^*}=U^*$ - est vérifiée *sur la base de la condition* (12) *issue de* (a).
Il découle des deux points précédents que jusqu'à l'état stationnaire en question, on converge nécessairement sur un sentier de croissance équilibrée le long duquel on respecte $U^* \geq ... \geq U_t \geq U_{t-1}$ $\forall t \in [1,\infty]$.

Il est désormais possible de voir si la soutenabilité de l'économie riche permet aux pays pauvres, par l'intermédiaire des fonds à but environnemental reçus, de gagner un développement durable.

4.2 Condition de la soutenabilité économique du pays pauvre

Compte tenu que le revenu par tête des jeunes $x(t)$ conditionne les niveaux de consommation et donc le bien-être économique dans le pays pauvre, la croissance y sera durable ssi $x(t+1)/x(t) \geq 1$ $\forall t$.

Lemme 2 *$x(t+1)/x(t) \geq 1$ $\forall t \geq 1$ si $\frac{S_{pa}(t+1)}{S_{pa}(t)} \leq \phi(t)^{\Xi(t)}/(1+n_1)^{\Gamma(t)}$ (I), avec :*
$\Xi(t) = \frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}$ et $\Gamma(t) = 2(1-\alpha_1)\alpha^t/\xi$.

Preuve : En utilisant (8) puis (5) et (6), on a :

$$\begin{aligned} \frac{x(t+1)}{x(t)} &= \left[\frac{E(t+1)}{E(t)}\right]^{\xi}\left[i=1^t(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}/i=1^{t+1}(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}\right]^{1-\alpha_1} \\ &= \left[\frac{\sqrt{\phi(t)S_{pa}(t)}}{\sqrt{\phi(t+1)S_{pa}(t+1)}}\right]^{\xi}\frac{1}{(1+n_1)^{(1-\alpha_1)\alpha^t}} \end{aligned}$$

Ainsi, $x(t+1)/x(t) \geq 1$ $\forall t \geq 1$ si $\left[\frac{\phi(t)S_{pa}(t)}{\phi(t+1)S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1}{2}\xi}\frac{1}{(1+n_1)^{(1-\alpha_1)\alpha^t}} \geq 1$. Cette inégalité se réecrit aisément : $\frac{S_{pa}(t+1)}{S_{pa}(t)} \leq \frac{\phi(t)}{\phi(t+1)}/(1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}}$. En notant que $\phi(t)=\varepsilon^{1/(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}}$ $\forall t \geq 1$, le rapport $\frac{\phi(t)}{\phi(t+1)}$ équivaut à $\phi(t)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}}$. Enfin, en écrivant $\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}$ comme $\Xi(t)$ et $2(1-\alpha_1)\alpha^t/\xi$ comme $\Gamma(t)$, l'inégalié *(I)* vient immédiatement.

Le terme de droite de l'inégalité *(I)* est constamment inférieur à 1 avant l'état stationnaire et croît continûment pour atteindre 1 à cet état[17]. Il faut donc que $S_{pa}(t)$ baisse dès la date "1" par rapport à $S_{pa}(0)$, puis continûment à taux décroissants, toujours suivant la relation *(I)*. Or, rappelons que $S_{pa}(0)$ est tel qu'il n'a aucune influence sur l'environnement mondial à cette date. Par conséquent, observer une décroissance immédiate et continue du stock de polluant agricole dans les pays pauvres suivant *(I)*, signifie que les pays riches feraient des choix d'investissements verts dans ces pays tels que non seulement ceux-ci couvriraient les émissions du Sud, mais en plus, tels qu'en augmentant la capacité d'assimilation naturelle de leur patrimoine écologique (par exemple par son extension), ils réduiraient continûment $S_{pa}(t)$ par rapport à $S_{pa}(0)$, recouvrant des "marges d'assimilation naturelle" pour réduire leur propre stock de *GES* jusqu'alors incompressible. Situation

17. En effet, $\forall t \geq 1$, $\phi(t)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}}/(1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}} \leq 1$, car $\phi(0) \lneqq \phi(1)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha}-1}{(1+n_1)^{\alpha}}} \lneqq ... \lneqq \phi(\infty)^{[0]} = 1$ et $1+n_1 \gneqq (1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha}{\xi}} \gneqq ... \gneqq (1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha^{\infty}}{\xi}} = 1$

qui conduirait à l'augmentation de la qualité de l'environnement, laquelle pourrait éventuellement permettre à l'économie pauvre d'enclancher une croissance durable.

Nous pouvons désormais reformuler la condition *(I)* de soutenabilité de l'économie pauvre sous une forme plus proche de celle de l'économie riche. Ainsi :

Lemme 3 *La soutenabilité de l'économie pauvre est assurée ssi :*

$$S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t) d(t)^{-\alpha_2}}{A\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]}\frac{1}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}} - d(t)^{-\alpha_2}}, \text{ avec } A,\ \Xi(t) \text{ et } \Gamma(t) \text{ inchangés}$$

Preuve : En reprenant l'expression (4) du stock de pollution agricole du pays pauvre, on réécrit $S_{pa}(t+1)/S_{pa}(t)$ comme suit :
$\frac{S_{pa}(t+1)}{S_{pa}(t)} = \frac{(1-m)[P(t)+S_{pa}(t)]}{\eta N_2 d(t+1)*S_{pa}(t)} = \frac{(1-m)\psi N_1(t)+(1-m)S_{pa}(t)}{\eta N_2 d(t+1)*S_{pa}(t)}$, puisque $P(t) = \psi N_1(t)$.
De fait, l'inégalité *(I)* assurant que $x(t)$ croît dans le pays pauvre devient
$\frac{(1-m)\psi N_1(t)+(1-m)S_{pa}(t)}{\eta N_2 d(t+1)*S_{pa}(t)} \leq \frac{\phi(t)^{[\Xi(t)]}}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}}$, avec $\Xi(t) = \frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}$ et $\Gamma(t) = \frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}$.
Après réarrangement des termes, il vient que $x(t+1)/x(t) \geq 1$ si :
$S_{pa}(t) \geq \frac{(1-m)\psi N_1(t)}{\frac{\phi(t)^{[\Xi(t)]}}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}}\eta N_2 d(t+1)-(1-m)}$. Enfin, en utilisant (11b), $d(t+1) = \frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta[1-2E(0)]}\left(\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right)^{\alpha_2} d(t)^{\alpha_2}$,
on retrouve la condition (13) du lemme 3.

On constate bien la similitude avec la condition (12) de soutenabilité de l'économie riche, vraie $\forall t$ (cf. P3). Nous devons alors voir si la soutenabilité assurée des pays riches peut impliquer celle des pays pauvres. En utilisant donc les conditions (12) et (13) des lemmes 1 et 3, on déduit la condition qui assurerait que la soutenabilité de l'économie riche impliquerait nécessairement celle de l'économie pauvre. On l'appelera condition de soutenabililté simultanée et implicite (*SSI)*.

Lemme 4 *La soutenabilité des deux économies est assurée ssi* $\forall t \geq 1$, *on a :*

$$d(t) \geq \left[A(1+n_1)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha^t}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2}\right]}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} = \Lambda(t) \qquad (14)$$

Preuve : Donnée dans l'*Appendice 5.*

(14) est donc la condition nécessaire et suffisante pour que la soutenabilité du pays riche implique automatiquement celle du pays pauvre. La série des valeurs seuils $\Lambda(t)$ est donc celle des investissements environnementaux *nécessaires* à chaque date *pour que la soutenabilité des pays riches implique simultanément et automatiquement celle des pays pauvres.* Nous montrons ci-après que la condition (14) n'est en réalité jamais remplie. On peut finalement formuler la proposition suivante :

Proposition P4 :
(i) La soutenabilité vérifiée de l'économie riche (P3) ne permet pas d'assurer celle des pays pauvres.
(ii) Pourtant, en raison de la dépendance de l'économie pauvre vis à vis de l'économie riche, le sentier de convergence du pays pauvre est pareto-optimal du point de vue de chaque génération.
Preuve du point (i) : Donnée dans l'*Appendice* 6.
Preuve du point (ii) : Elle est immédiate, en observant simplement que si une génération de l'économie riche devait être contrainte à dévier par rapport au sentier optimal des

transferts *d(t)*, alors la modification implicite de son arbitrage lui serait non seulement préjudiciable, mais en plus, en étant préjudiciable aux générations suivantes par la modification de la trajectoire d'accumulation du capital, elle le serait aussi pour les générations futures de l'économie pauvre.

5 Conclusion

Nous avons envisagé une situation prospective particulière où les pays riches, après avoir ramené leur stock de *GES* à un niveau incompressible, seraient confrontés aux émissions croissantes du Sud. Ces derniers, pris au piège de la pauvreté, notamment en raison du passé industriel du Nord, seraient dans l'incapacité de lutter contre leurs émissions, faute de pouvoir accumuler du capital et de disposer ainsi des moyens de mettre en place une production moins sensible aux changements environnementaux.

En admettant alors que pour des raisons écologiques et sanitaires, les pays riches voudraient éviter que la qualité de l'environnement mondial s'éloigne de celle qui résultait de leur seul stock de *GES*, nous avons montré qu'ils étaient conduits à investir dans l'écologie des pays du Sud, ce qui leur permettait de déboucher sur une croissance durable, à l'inverse des pays pauvres.

Le risque qu'une telle situation - et par suite une issue aussi défavorable - survienne à long terme nous a donc conduit à l'envisager à l'aide d'une modélisation. En évaluant ainsi à partir de cette situation prospective les chances de déboucher sur une sortie positive pour les pays pauvres, on a pu éclairer la stratégie implicite des pays riches en matière de lutte contre le réchauffement climatique. Laquelle tire finalement pretexte du fait qu'il faudrait d'abord régler les problèmes environnementaux au Nord, et se concentrer seulement à terme sur la pollution du Sud - quand celle-ci sera effective - pour oublier qu'une autre approche, plus ambitieuse et moins risquée, est possible : organiser aujourd'hui un développement durable au Sud, en transférant des *technologies propres*, sachant que les coûts supportés aujourd'hui seront autant de coûts (certainement plus grands d'ailleurs) évités demain.

Néanmoins, compte tenu de son caractère très prospectif, plusieurs facteurs doivent être mentionnés qui viennent appuyer ou, à l'inverse, relativiser les conclusions du modèle. Pour cela, rappelons les trois phénomènes qui nous ont conduit à envisager cette situation et dont on peut débattre : (i) la tendance observée depuis plusieurs années à une contestation grandissante de l'aide au développement, (ii) l'augmentation croissante des préoccupations environnementales dans les pays riches, notamment des craintes vis à vis du Sud[18], et enfin, (iii), la très grande précarité actuelle de nombreux pays pauvres, confrontés à des difficultés d'ordres politique, économique, sociale et écologique.

De fait, d'un côté on doit redouter que lorsque les pays riches parviendront à stabiliser leur stock de *GES*, certains pays pauvres seront dans une situation encore plus précaire qu'aujourd'hui, pour des raisons diverses, notamment écologiques. A cet égard, la responsabilité du Nord sera engagée. En effet, sa pollution étant à ce jour loin d'être stabilisée, il est clair que si d'ici là aucun changement structurel d'envergure ne survient dans les rapports Nord-Sud et au sein des pays pauvres - comme l'instauration de régimes démocratiques, le développement de l'éducation et des systèmes de protection sociale ou encore la réduction des inégalités - alors la dégradation continue de l'environnement mondial en raison des pollutions du Nord (jusqu'à stabilisation) aggra-

18. Préoccupations légitimes, si elles amènent les pays riches à prendre leurs responsabilités rapidement et si elles ne leur font pas oublier les autres dimensions du développement, évitant d'appréhender le Sud sous l'angle restreint de futurs gros pollueurs.

vera mécaniquement la situation des pays pauvres. Au point que lorsqu'ils débuteront leur phase d'émissions massives, ils disposeront de moins de moyens encore pour espérer mettre en place un système de lutte contre ces émissions - notre article ayant traité le cas fort où ils n'en auraient point. Le risque qu'une telle configuration se produise à moyen-long terme est donc un appel pour les pays riches, non seulement à stabiliser leur stock de pollution au niveau le plus faible possible, mais aussi le plus vite possible. Afin d'un côté de se ménager des marges d'action futures plus importantes, et de l'autre, de limiter au maximum la probabilité que les pays pauvres ne puissent lutter seuls contre leurs émissions.

Mais il est également envisageable que d'ici à ce futur plus ou moins éloigné, les pays pauvres auront mis un terme à certains de leurs problèmes actuels, rendant de fait caduques - au moins partiellement - les craintes d'une évolution défavorable des trois phénomènes rappelés ci-dessus. On peut en effet envisager que les pays pauvres - éventuellement d'ailleurs avec un soutien plus conséquent des pays riches - parviendront à mettre en place un processus de développement et de progrès social tel qu'il leur permettra d'aborder plus facilement le moment où leurs émissions deviendront massives. Ceci se traduirait dans notre modèle, par une sortie de la situation de trappe à pauvreté dans laquelle se trouvent les pays pauvres, lesquels pourraient alors mettre en place - au moins à partir d'un certain moment - une dynamique d'accumulation du capital. Un travail dans cette direction permettrait peut-être de relativiser certaines conclusions pessimistes de ce modèle.

Appendice mathématique

Appendice 1

Consommation par tête dans l'économie riche et qualité relative de l'environnement à l'équilibre.

$$C_t^2(t+1) = \frac{1+r(t+1)}{p_y(t+1)}k(t+1) = \alpha_2 k(t+1)^{\alpha_2} = \alpha_2\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta[1-2E(0)]}(1-\alpha_2)k(t)^{\alpha_2}\right]^{\alpha_2}$$
$$\frac{E(t+1)}{E(0)} = \frac{1}{S_{ges}^1(t+1)^{1/2}} = \left[\frac{\eta N_2(1-\theta)(1-\alpha_2)k(t)^{\alpha_2}}{\phi(t+1)(1-m)[1-\theta[1-2E(0)]][P(t)+S_{pa}(t)]}\right]^{1/2}.$$

Solde du marché à chaque date "t"

Premièrement, stabilité de la population oblige, on a $N_2k(t+1) + N_2d(t+1) + N_2C_{t-1}^2(t) = N_2[k(t+1)+d(t+1)+C_{t-1}^2(t)]$. Ensuite, (11a-b) implique que $k(t+1)+d(t+1) = (1-\alpha_2)k(t)^{\alpha_2}$. Enfin, (i) ci-dessus donne $C_{t-1}^2(t) = \alpha_2 k(t)^{\alpha_2}$. Par conséquent : $N_2(t)[k(t+1)+d(t+1)+C_{t-1}^2(t)] = N_2(t)k(t)^{\alpha_2} = Y(t)$

Appendice 2

2a. Réecriture de $x(t)$:

La relation (8) nous donne : $x(t) = [E(t)]^{\xi} * \left[\zeta/(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}\right]^{1-\alpha_1}$. La relation (6) indique que $E(t) = 1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2]^{1/2}$ $\forall t$, avec $E(0) = 1/[S_{ges}^2]^{1/2}$. Il vient $E(t) = \frac{1}{S_{ges}^1(t)^{1/2}}\frac{1}{S_{ges}^{2\ 1/2}} = \frac{E(0)}{S_{ges}^1(t)^{1/2}}$, avec $S_{ges}^1(t) = \phi(t)S_{pa}(t) = \phi(t)\frac{(1-m)[P(t-1)+S_{pa}(t-1)]}{\eta N_2 d(t)}$ obtenu en utilisant successivement les relations (5) et (4).

On a donc : $E(t) = \frac{E(0)}{S_{ges}^1(t)^{1/2}} = \frac{E(0)}{\left[\phi(t)\frac{(1-m)[P(t-1)+S_{pa}(t-1)]}{\eta N_2 d(t)}\right]^{1/2}}$.

Enfin, l'équation (11b) des transferts donne $d(t) = \frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]}(1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2}$, si bien que : $E(t) = \frac{E(0)}{\left[\phi(t)\frac{(1-m)[P(t-1)+S_{pa}(t-1)]}{\eta N_2\left[\frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]}(1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2}\right]}\right]^{1/2}}$. Cela implique après réarrangement des termes, que

(8) se réecrit :

$$x(t) = [\Delta] * \left[\frac{E(0)}{[1-\theta[1-2E(0)]]^{\frac{1}{2}}}\right]^{\xi} \text{ avec :}$$

$$\Delta = \left[1/\frac{\phi(t)(1-m)[P(t-1)+S_{pa}(t-1)]}{\eta N_2(1-\theta)(1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2}}\right]^{\frac{1}{2}\xi} \left[\zeta/i = 1^t(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}\right]^{1-\alpha_1}$$

2b. Dérivée de $x(t)$ par rapport à $E(0)$:

$\frac{\partial x(t)}{\partial E(0)} = [\Delta] \frac{\partial\left[\frac{E(0)}{[1-\theta[1-2E(0)]]^{\frac{1}{2}}}\right]^{\xi}}{\partial E(0)} = [\Delta] \frac{\xi E(0)^{\xi-1}[1-\theta[1-2E(0)]]^{\frac{1}{2}\xi} - E(0)^{\xi}\xi\theta[1-\theta[1-2E(0)]]^{\frac{1}{2}\xi-1}}{[1-\theta[1-2E(0)]]^{\xi}} = [\Delta] \frac{\xi}{E(0)^{1-\xi}} \left[\frac{1-\theta(1-E(0}{[1-\theta[1-2E(0)]}\right.$

0 car $\Delta \geq 0$ $\forall t$ et $\xi,\theta,E(0) \in]0,1[$

Appendice 3

Démonstration de la relation (12) amenant à la soutenabilité de l'économie riche:

$U_t = \theta \ln C_t^2(t+1) + (1-\theta)\ln\left(\frac{E(t+1)}{E(0)}\right)^{\frac{1}{E(0)}} \Leftrightarrow e^{U_t} = C_t^2(t+1)^{\theta} * \left(\frac{E(t+1)}{E(0)}\right)^{\frac{1-\theta}{E(0)}}$

De même : $e^{U_{t-1}} = C_{t-1}^2(t)^{\theta} * \left(\frac{E(t)}{E(0)}\right)^{\frac{1-\theta}{E(0)}}$.

De fait, trouver la condition telle que $U_t \geq U_{t-1}$ revient à trouver celle telle que $e^{U_t} \geq e^{U_{t-1}}$ et donc in fine telle que : $\left[\frac{C_t^2(t+1)}{C_{t-1}^2(t)}\right]^{\theta} * \left[\frac{E(t+1)}{E(t)}\right]^{\frac{1-\theta}{E(0)}} \geq 1$.

Par ailleurs $\forall t$, $E(t) = 1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2]^{1/2}$, avec $S_{ges}^1(t) = \phi(t)S_{pa}(t)$. De sorte que $E(t+1) = \frac{1}{[\phi(t+1)S_{pa}(t+1)]^{1/2}}\frac{1}{S_{ges}^{2\ 1/2}}$, $E(t) = \frac{1}{[\phi(t)S_{pa}(t)]^{1/2}}\frac{1}{S_{ges}^{2\ 1/2}}$ et $\frac{E(t+1)}{E(t)} = \left[\frac{\phi(t)S_{pa}(t)}{\phi(t+1)S_{pa}(t+1)}\right]^{1/2}$.

Ainsi $U_t \geq U_{t-1} \Leftrightarrow \left[\frac{C_t^2(t+1)}{C_{t-1}^2(t)}\right]^{\theta} \left[\frac{\phi(t)S_{pa}(t)}{\phi(t+1)S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1}{2}\frac{1-\theta}{E(0)}} \geq 1$.

Notons alors les deux points suivants :

(a) La consommation des agents à toute date "t" vaut $C_t^2(t+1) = \alpha_2 k(t+1)^{\alpha_2}$. Il s'en suit que $\frac{C_t^2(t+1)}{C_{t-1}^2(t)} = \left[\frac{k(t+1)}{k(t)}\right]^{\alpha_2}$. En notant que $d(t)$ est linéairement dépendant de $k(t)$, alors $\frac{d(t+1)}{d(t)} = \frac{k(t+1)}{k(t)}$ (cf. TMS) et $\left[\frac{C_t^2(t+1)}{C_{t-1}^2(t)}\right]^{\theta} = \left[\frac{d(t+1)}{d(t)}\right]^{\theta\alpha_2}$.

(b) On sait que $\phi(t) = \varepsilon^{1/i=1^t(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}} \Rightarrow \phi(t+1) = \varepsilon^{1/i=1^{t+1}(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}}$. Il vient que $\phi(t+1) = \varepsilon^{\frac{1}{1^t(1+n_1)^{\alpha^{i-1}}} * \frac{1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}} = \phi(t)^{\frac{1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}}$. Par conséquent, $\frac{\phi(t)}{\phi(t+1)} = \phi(t)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}}$ et en posant $\Xi(t) = \frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}$ on a alors : $\frac{\phi(t)}{\phi(t+1)} = \phi(t)^{\Xi(t)}$.

Avec (a) et (b), on peut désormais écrire que $U_t \geq U_{t-1}$ si

$$: \quad \left[\frac{C_t^2(t+1)}{C_{t-1}^2(t)}\right]^{\theta} \left[\frac{\phi(t)S_{pa}(t)}{\phi(t+1)S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1}{2}\frac{1-\theta}{E(0)}} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \left[\frac{d(t+1)}{d(t)}\right]^{\theta\alpha_2} \phi(t)^{\Xi(t)\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_{pa}(t)}{S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1$$

* Notons que $S_{pa}(t+1) = \frac{(1-m)[P(t)+S_{pa}(t)]}{\eta N_2 d(t+1)} \Rightarrow \frac{S_{pa}(t)}{S_{pa}(t+1)} = \frac{\eta N_2 d(t+1)}{1-m}\frac{S_{pa}(t)}{[P(t)+S_{pa}(t)]}$, et donc : $\left[\frac{S_{pa}(t)}{S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} = d(t+1)^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}}$.

* De fait $U_t \geq U_{t-1}$ ou $\left[\frac{d(t+1)}{d(t)}\right]^{\theta\alpha_2} \phi(t)^{\Xi(t)\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_{pa}(t)}{S_{pa}(t+1)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1$ se réecrit : $\left[\frac{d(t+1)}{d(t)}\right]^{\theta\alpha_2} \phi(t)^{\Xi(t)\frac{1-\theta}{2E(0)}} d(t+1)^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1$, ou encore :

$\frac{d(t+1)^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}}}{d(t)^{\theta\alpha_2}}\phi(t)^{\Xi(t)\frac{1-\theta}{2E(0)}}\left[\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}}\left[\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1$ (E)

* Par ailleurs, la relation de récurence des "flux environnementaux" est : $d(t+1)=\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2} d(t)^{\alpha_2}$. En posant $A=\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}$ on a $d(t+1)=Ad(t)^{\alpha_2}$ et $\frac{d(t+1)^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}}}{d(t)^{\theta\alpha_2}}$ de (E) vaut $A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}} d(t)^{\frac{\alpha_2[(1-\theta)-(1-\alpha_2)2\theta E(0)]}{2E(0)}}$. Il découle que (E) correspondant à $U_t \geq U_{t-1}$ devient :

$A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}} d(t)^{\frac{\alpha_2[(1-\theta)-(1-\alpha_2)2\theta E(0)]}{2E(0)}}\left[\phi(t)^{\Xi(t)}\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}}\left[\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)}\right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1.$

Soit encore :

$d(t)^{\alpha_2[(1-\theta)-(1-\alpha_2)2\theta E(0)]}\left[\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)}\right]^{1-\theta} \geq \frac{1}{A^{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}\left[\phi(t)^{\Xi(t)}\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{1-\theta}}$

* Pour alléger l'écriture, on remplace $A^{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}\left[\phi(t)^{\Xi(t)}\frac{\eta N_2}{1-m}\right]^{1-\theta}$ par $B(t)$, puis on élève tout à la puissance$1/1-\theta$, de sorte que désormais $U_t \geq U_{t-1}$ équivaut à :

$d(t)^{\frac{\alpha_2[1-\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]]}{1-\theta}}\frac{S_{pa}(t)}{P(t)+S_{pa}(t)} \geq \left[\frac{1}{B(t)}\right]^{\frac{1}{1-\theta}} \Leftrightarrow \frac{P(t)}{S_{pa}(t)} \leq \frac{B(t)^{\frac{1}{1-\theta}}}{d(t)^{\frac{\alpha_2[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]}{1-\theta}}}-1.$

* En notant que $P(t)=\psi N_1(t)$ et en posant $\Psi=\frac{\alpha_2[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]}{1-\theta}$ on réecrit que $U_t \geq U_{t-1}$ équivaut à $S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{[\Psi]}}{B(t)^{\frac{1}{1-\theta}}-d(t)^{[\Psi]}}$.

* Enfin $B(t)^{\frac{1}{1-\theta}}=A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}}\frac{\eta N_2}{1-m}\phi(t)^{\Xi(t)}$ ou $A^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{1-m}\phi(t)^{\Xi(t)}$ si $\Omega=\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}$. L'inégalité $S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{[\Psi]}}{B(t)^{\frac{1}{1-\theta}}-d(t)^{[\Psi]}}$ équivalente à $U_t \geq U_{t-1}$ s'écrit finalement :

$$S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{1-m}\phi(t)^{\Xi(t)}-d(t)^{[\Psi]}}=\Upsilon(t) \qquad (12)$$

Appendice 4

Démonstration de $S^*_{pa}=\Upsilon^*$

La récurrence des flux de maintenance est $d(t)=\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2} d(t-1)^{\alpha_2}$. De fait, à l'état stationnaire, le niveau de maintenance ($d(t^*-1)=d(t^*)=d^*$) est :

$$d^*=\left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$$

Compte tenu de d^*, cherchons le niveau stationnaire de $\Upsilon(t)$, puisque $\Upsilon(t)$ dépend en dernier ressort de $d(t)$. Observons d'abord dans (12), qu'à l'état stationnaire, comme $t \to \infty$, alors $\phi(t)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}}=1$. Ce qui correspond bien à $\phi(t^*-1)/\phi(t^*)=1$. Ce faisant, on a :

$$\Upsilon^*=\frac{\psi N_1(\infty)d^{*[\Psi]}}{\left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{1-m}-d^{*[\Psi]}} \text{ avec } N_1(\infty)=(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}}N_1(0)$$

$$\text{et donc : } d^*=\left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$$

Posons, comme en Appendice 3, $A=\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}$, si bien que $d^*=[A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$.

On peut alors réecrire :

$$\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}}N_1(0)\,[A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}[\Psi]}}{[A]^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{1-m}-[A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}[\Psi]}}, \textit{ avec :}$$

$$\Omega = \frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta} \textit{ et } \Psi=\frac{\alpha_2\left[\theta\left[1+2(1-\alpha_2)E(0)\right]-1\right]}{1-\theta}$$

Après substitution et multiplication en haut et en bas par "$1-m$" on a :

$$\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1}{1-\theta}[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]}}{[A]^{\frac{1}{1-\theta}[1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))]}\eta N_2-(1-m)[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1}{1-\theta}[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]}}$$

Pour simplifier, manipulons la puissance de A.

$$\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1}{1-\theta}\left[\theta\left[1+2(1-\alpha_2)E(0)\right]-1\right] = \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} - \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}.$$

Par conséquent :

$$[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1}{1-\theta}[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]} = \frac{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}}}{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}}}$$

Et Υ^* se réecrit $\dfrac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)*\frac{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}}}{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}}}}{[A]^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}}\eta N_2-(1-m)*\frac{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}}}{[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}}}}$, soit encore :

$$\begin{aligned}
\Upsilon^* &= \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)*[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}}}{[A]^{\left[\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}\left[1+\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\right]\right]}\eta N_2-(1-m)*[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}}} \\
&= \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)*[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}}{[A]^{\frac{1-\theta+2\theta\alpha_2 E(0))}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}\eta N_2-(1-m)*[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}} \\
&= \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)*[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}}{[A]^{\left[\frac{1}{1-\alpha_2}+\frac{2\theta\alpha_2 E(0))}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}\right]}\eta N_2-(1-m)*[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}}
\end{aligned}$$

On divise alors numérateur et dénominateur par $[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0))}{(1-\theta)(1-\alpha_2)}}$, et on obtient :

$$\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)}{[A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}\eta N_2-(1-m)} = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)}{\eta N_2\left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}-(1-m)}$$

Montrons désormais que $S^*_{pa} = \Upsilon^*$.
Rappelons que $S_{pa}(t+1) = \frac{(1-m)[P(t)+S_{pa}(t)]}{\eta N_2 d(t+1)}$ et qu'à l'état stationnaire :
$P(t^*-1) = P(t^*) = P^* = \psi N_1(\infty) = \psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)$
$d(t^*-1) = d(t^*) = d^* = \left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$
$S_{pa}(t^*-1) = S_{pa}(t^*) = S^*_{pa} = \frac{(1-m)\left[P^*+S^*_{pa}\right]}{\eta N_2 d^*}$
Il s'en suit que :

$$S^*_{pa} = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)}{\eta N_2 d^*-(1-m)} = \frac{\psi(1+n_1)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_1(0)(1-m)}{\eta N_2\left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))}\left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta}\right]^{\alpha_2}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}-(1-m)} = \Upsilon^*$$

Appendice 5
Démonstration de la condition (14) de SSI des deux économies
La soutenabilité des pays riches était vérifiée si $\forall t$:

$$S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t) d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]}-d(t)^{[\Psi]}} \qquad (12)$$

La soutenabilité des pays pauvres serait assurée si $\forall t$:

$$S_{pa}(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{-\alpha_2}}{A\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]}\frac{1}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}} - d(t)^{-\alpha_2}} \quad (13)$$

Or, puisque les membres de gauche de ces inégalités sont identiques, il s'en suit que si le membre droite de l'inégalité (12) devait être supérieur à celui de l'inégalité (13), alors nécessairement, le fait que (12) soit toujours vraie, impliquerait que (13) devrait l'être également. C'est donc la condition recquise pour être certain - si elle devait être remplie - que la soutenabilité des pays riches impliquerait celle des pays pauvres : Ainsi, la soutenabilité de l'économie riche implique automatiquement celle de l'économie pauvre à la condition que quelque soit la date "t" on ait : $\frac{\psi N_1(t)d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]} - d(t)^{[\Psi]}} \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{-\alpha_2}}{A\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]}\frac{1}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}} - d(t)^{-\alpha_2}}$.

Les membres de l'inégalité ayant des éléments communs, on peut la simplifier : $\frac{d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]}\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]} - d(t)^{[\Psi]}} \geq \frac{d(t)^{-\alpha_2}}{A\frac{\eta N_2}{(1-m)}\phi(t)^{[\Xi(t)]}\frac{1}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}} - d(t)^{-\alpha_2}}$

Multiplions le numérateur et le dénominateur de chaque membre par $1-m$. Il vient immédiatement : $\frac{(1-m)d(t)^{[\Psi]}}{[A]^{[\Omega]}\eta N_2\phi(t)^{[\Xi(t)]} - (1-m)d(t)^{[\Psi]}} \geq \frac{(1-m)d(t)^{-\alpha_2}}{[A]\eta N_2\frac{\phi(t)^{[\Xi(t)]}}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}} - (1-m)d(t)^{-\alpha_2}}$.

Le membre de droite peut être reformulé, en mettant en facteur $d(t)^{-\alpha_2}$ et en simplifiant. On parvient alors à : $\frac{(1-m)d(t)^{[\Psi]}}{[A]^{[\Omega]}\eta N_2\phi(t)^{[\Xi(t)]} - (1-m)d(t)^{[\Psi]}} \geq \frac{(1-m)}{[A]\eta N_2\frac{\phi(t)^{[\Xi(t)]}}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}}d(t)^{\alpha_2} - (1-m)}$.

Soit encore, après réarrangement des termes et simplification :

$$[A]\frac{1}{(1+n_1)^{[\Gamma(t)]}}d(t)^{\alpha_2+[\Psi]} \geq [A]^{[\Omega]} \Leftrightarrow d(t)^{\alpha_2+[\Psi]} \geq (1+n_1)^{[\Gamma(t)]}[A]^{[\Omega]-1}$$

En reprenant les valeurs de Ψ, Ω , on a successivement :

* $\alpha_2 + [\Psi] = \alpha_2 + \frac{\alpha_2[\theta[1+2(1-\alpha_2)E(0)]-1]}{1-\theta} = \frac{2(1-\alpha_2)\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta}$
* $[\Omega] - 1 = \frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta} - 1 = \frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta}$

Et $d(t)^{\alpha_2+[\Psi]} \geq (1+n_1)^{[\Gamma(t)]}[A]^{[\Omega]-1}$ devient $d(t)^{\frac{2(1-\alpha_2)\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta}} \geq (1+n_1)^{[\Gamma(t)]}[A]^{\frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta}}$.

Soit $d(t)^{(1-\alpha_2)} \geq A(1+n_1)^{[\Gamma(t)]\frac{1-\theta}{2\theta\alpha_2 E(0)}}$ ou $d(t) \geq \left[A(1+n_1)^{[\Gamma(t)]\frac{1-\theta}{2\theta\alpha_2 E(0)}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$. Enfin, avec $\Gamma(t) = \frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}$, on obtient (14) :

$$d(t) \geq \left[A(1+n_1)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha^t}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2}\right]}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} = \Lambda(t)$$

Appendice 6

Preuve du point (i) de la proposition P4 :

Elle découle des points (a) et (b) suivants :

(a) : La condition (14) indique qu'on a la soutenabilité simultannée et implicite des deux économies si $\forall t$, on respecte :

$$d(t) \geq \Lambda(t) = \left[A(1+n_1)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha^t}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2}\right]}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \quad (\mathrm{a}_1)$$

De fait, sur la base de (a_1), on devrait avoir en "t-1" :

$$d(t-1) \geq \Lambda(t-1) = \left[A(1+n_1)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha^{t-1}}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2}\right]}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \quad (\mathrm{a}_2)$$

Il s'en suit que le rapport $\Lambda(t)/\Lambda(t-1)$ est le taux de croissance brut de la série minorante des transferts environnementaux requis pour avoir la SSI des économies :

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda(t-1)} = \frac{1}{(1+n_1)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2(1-\alpha_2)}\right](\alpha^{t-1}-\alpha^t)}} \qquad (a_3)$$

Or, quelque soit la date "t", on observe que *ce rapport (* a_3*) est inférieur à 1,* puisque $(1+n_1) \geq 1$ et $\left[\frac{(1-\alpha_1)}{E(0)\xi}\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{\alpha_2(1-\alpha_2)}\right](\alpha^{t-1}-\alpha^t) \geq 0$. Autrement dit, $\forall t$, on a : $\Lambda(t) \leq \Lambda(t-1)$. Par ailleurs il est aisé de voir qu'à l'état stationnaire ($t \to \infty$) on a : $\Lambda^* = [A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$ (a

Ainsi, la série $\{\Lambda(t),t\}$ des transferts environnementaux minimaux requis pour avoir la *SSI* des deux économies est continûment décroissante et converge vers Λ^*.

Passons au point (b), lequel permet de conclure la démonstration :

(b) On sait que le niveau de transfert *optimal - et donc choisi -* par chaque génération de l'économie riche est donné par la relation de récurrence suivante : $d(t) = Ad(t-1)^{\alpha_2}$ (b_1)

De fait, sur la base de (b_1), on peut écrire : $\frac{d(t)}{d(t-1)} = Ad(t-1)^{\alpha_2-1}$ (b_2)

Il découle que la série des transferts optimaux $\{d(t),t\}$ converge à l'état stationnaire vers : $d^* = [A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$ (b_3)

La démonstration tient dès lors aux deux points suivants :

* Avant l'état stationnaire, le rapport $d(t)/d(t-1)$ donné en (b_2) est toujours *supérieur* à 1 du fait même que $k(t)/k(t-1)$ est lui-même constamment supérieur à 1 et que $d(t)$ et $k(t)$ sont linéairement et positivement reliés.

** Par ailleurs, la série des transferts optimaux $\{d(t),t\}$ converge vers la même valeur stationnaire que celle de la série $\{\Lambda(t),t\}$ des transferts minimaux requis pour avoir la *SSI* des deux économies. En effet, le Λ^* figurant en (a_4) vaut le d^* de (b_3).

Conclusion, la série $\{d(t),t\}$ des transferts observés étant croissante jusqu'à l'état stationnaire alors que celle requise pour avoir la SSI des deux économies $\{\Lambda(t),t\}$ est continûment décroissante jusqu'à ce même état, $\Lambda(t)$ majore toujours $d(t)$, violant (14) : la soutenabilité de l'économie pauvre ne peut découler de celle de l'économie riche.

Bibliographie

BARRETT S. (1990), "The Problem of Global Environmental Protection", *Oxford Review of Economic Policy*, 6(1), 68-79.

CARRARO C., SINISCALCO D. (1992), "The international dimension of environmental policy", *European Economic Review,* 36, 379-387.

CNUCED, "Les Pays les Moins Avancés : Aide, Flux de Capitaux Privés et Dette Exterieure", *Aperçu Général du Rapport 2000*, 36 pages.

GODET M. (1998), "Sustainable development. With or without mankind?", Essay *in Futures*, 30(6), 555-558.

HOWARTH R.B., NORGAARD R.B. (1992), "Environmental Valuation under Sustainable Development", *AEA Papers and Proceedings, American Economic Review*, 82(2), 473-477.

JOHN A., PECCHENINO R. (1994), "An Overlapping Generation Model of Growth and the Environment", *The Economic Journal*, 104, 1393-1410.

JOHN A., PECCHENINO R., SCHIMMELPFENNIG D.AND SCHERFT S. (1995), "Short-lived Agents and the Long-lived Environment", *Journal of Public Economics*, 58, 127-141.

JOUVET P.A, MICHEL P., VIDAL J.P. (1997), "Intergenerational Altruism and the Environment", *CORE Discussion Paper* N°*9741*, 26p.
MICHAELIS P. (1999), "Sustainable Greenhouse Policies : The Role of non-CO_2 gases", *Structural Change and Economic Dynamics*, 10, 239-260.
MUIR E. (1996), "Intragenerational Wealth Distributional Effects in Global Warming Cost-Benefit Analysis", *Journal of Income Distribution*, 6(2), 193-214.
ROTILLON G., TAZDAIT T. (1996), "Jeux, coopération et problèmes environnementaux globaux", *Cahiers d'économie et de sociologie rurales*, Inra, N°39-40, 252-268.
ROTILLON G., TAZDAIT T., ZEGHNI S. (1996), "Engagement unilatéral spontané en présence de problèmes environnementaux globaux", *Revue Economique*, 3, 601-610.
SCHELLING T.C. (1992), "Some Economics of Global Warming", *American Economic Review*, 82(1), 1-14.
SCHERR S.J. (2000), "A download spiral? Research evidence on the relationship between poverty and natural resource dégradation", *Food Policy,* 25, 479-498.

Notes

(1) Voir notamment Barrett (1990), Carraro et Siniscalco (1992), et pour une revue de la littérature en français, Rotillon et Tazdaït (1996).

(2) Ils préfigurent en effet les négociations contre le réchauffement climatique, lesquelles, comme dans le Protocole de Kyoto, sont construites autour de l'idée qu'un premier groupe de pays - industrialisés - doit réduir ses émissions de GES, alors que les autres - moins avancés économiquement, Annexe B du Protocole - ne devront se résoudre aux mêmes obligations qu'ultérieurement.

(3) Dans un entretien accordé au journal Le Monde (16-01-2001), Michel Candessus, Ex-Président du FMI, rapportait que l'aide au développement avait littéralement fondu au cours des années 90. Alors qu'elle devait passer de 0,37% du PIB des pays occidentaux en 1990 à 0,70% à la fin de la décennie, elle s'est finalement échue à 0,22% en 1999. Ainsi, même s'il s'agit de points de PIB et non de valeurs absolues, on relève néanmoins une baisse des efforts relatifs en faveur du Sud. D'autant que dans le même temps, la population des pays pauvres n'a, elle, cessé d'augmenter.

(4) Si nous abordons le développement sous l'angle restreint de l'environnement, ça n'est pas parce que nous considérons qu'il ne dépend d'aucun autre facteur - politique, économique ou social - mais simplement que notre objet est de "tester" la conjecture qui consisterait à organiser l'aide future au développement dans le seul but de préserver ou d'étendre le patrimoine écologique des pays pauvres (pour des motifs écologiques et sanitaires) en espérant une issue favorable à tous.

(5) En effet, sur l'infinité de périodes avant la date "0", si les pays pauvres émettaient constamment le même flux de polluants, alors, compte tenu d'un taux d'assimilation naturelle compris entre 0 et 1, on montre facilement à l'aide d'une simple série géométrique, que le stock converge vers une valeur stationnaire (ici $S_{pa}(0)$).

(6) Par ailleurs, nous considèrons les différences structurelles des économies riches et pauvres, alors que Muir postulait une même structure productive, avec le même impact de la qualité de l'environnement sur leur production : "à la Howarth-Norgaard (1992)". Ainsi, nous supposons que la production des économies riches (de type industriel) ne dépend pas de la qualité de l'environnement et que les agents y sont sensibles pour des motifs écologiques et sanitaires. A l'inverse, les pays pauvres ayant une production de type agricole, nous la supposons conditionnée par la qualité de l'environnement, position également défendue dans Schelling (1992). En revanche, la qualité de l'environnement n'entrera pas directement dans l'utilité des agents des pays pauvres.

(7) Sans quoi alors, comme n'importe quelle économie, ils auraient fait les arbitrages nécessaires entre préservation de l'environnement et accumulation du capital polluant et l'on aurait retrouvé les résultats standards de la littérature sur le développement durable : internalisation des externalités par un mécanisme de taxe/transferts par exemple.

(8) Au demeurant, si nous faisions une telle hypothèse, comment les pays pauvres pourraient-ils réellement les employer sans disposer de capital ?

(9) Si cette forme multiplicative se démarque des formes additives plus standards ($S_{pa}(t) = F[P(t-1),S_{pa}(t-1),m] - I(D(t))$) il reste que notre formulation ne change rien de fondamental : il est toujours possible de réecrire la valeur absolue d'une différence entre deux réels comme le produit de deux réels. Et une fois connu l'impact des fonds transférés sur le stock de pollution (i.e. $I(.)$), les agents de l'économie riche à l'origine de ces fonds adaptent leurs comportements. Enfin, notons que cette forme multiplicative est nécessaire à l'obtention d'une solution au programme de maximisation de l'agent de l'économie riche, ainsi qu'à l'étude de sa soutenabilité.

(10) On pourrait aller jusqu'à la conversion totale ($\phi(.) = 1$) si la population devait tendre vers l'infini - i.e. quand $\alpha \to 1$. En effet, si $\alpha \to 1$, $t \to \infty \lim \phi(t) = L_1(\infty) \lim \phi(t) = 1$, car $\alpha \to 1 \lim \frac{L_1(0)}{L_1(\infty)} = \alpha \to 1 \lim 1 / \overset{\infty}{i = 1}\ (1+n_1)^{\alpha^{t-i}} = 0$.

(11) L'idée d'une inéluctable spirale descendante "pauvreté - démographie - pollution" fait évidemment débat

(cf. Scherr (2000)). Or s'il n'y a pas de fatalité, la possibilité d'une situation aussi désastreuse ne peut être exclue. Pour un aperçu général de la situation des PMA et des perspectives inquiétantes à leur sujet, voir le rapport 2000 de la CNUCED.

(12) Il existe en effet un marché de location des terres ainsi qu'un marché du travail, si bien que chaque jeune n'exploite pas forcément la terre de ses parents. Cela empêche la possibilité "d'arrangements" divers entre enfants et parents sur la répartition du revenu des terres. Ce marché de location des terres n'évacue au demeurant en rien le fait qu'à la mort de chaque génération de parents, ceux-ci lèguent leurs terres à leurs enfants (H1).

(13) Comme il s'agit d'un économie réelle, on peut tout à fait normaliser le prix nominal du bien par 1. Cela revient à considérer les prix de marché nominaux des facteurs (salaire nominal et taux d'intérêt nominal) comme équivalents à leurs prix réels. Notons que la même remarque s'applique à l'économie pauvre compte tenu qu'il n'y a pas d'échanges commerciaux et qu'on ne s'interesse donc pas au rapport de prix du bien agricole et du bien de consommation.

(14) Cette hypothèse peut surprendre et s'explique par le fait que notre préoccupation n'est pas de savoir comment un agent jeune choisirait ses niveaux de consommation à ses deux périodes de vie, mais bien de voir comment il opère un arbitrage entre épargne (pour consommer ensuite) et investissement environnemental dans les pays pauvres, pour bénéficier d'une certaine qualité de l'environnement en "t+1". Par ailleurs, si avec cette hypothèse l'agent semble être insensible à la qualité de l'environnement en période de jeunesse par rapport à E(0), c'est simplement parce que E(t) lui est "légué à sa naissance", sans qu'il puisse l'influencer à l'inverse de E(t+1).

(15) Nous donnons dans l'appendice mathématique 1 les valeurs d'équilibre des variables auxquelles l'agent de l'économie riche est sensible : $C_t^2(t+1)$ et $E(t+1)/E(0)$, pendants (respectivement) de (11a) et (11b). Puis, nous vérifions que le marché est soldé.

(16) Nous avons en effet considéré "par défaut", qu'il n'y avait pas d'irréversibilité, toute tendance éventuelle à la baisse de la qualité de l'environnement pouvant être inversée. C'est un présupposé fort et implicite dans de nombreux papiers - notamment ceux déjà cités de Howarth et Norgaard (1992), John et Pecchenino (1994), John et alii (1995) ou Jouvet, Michel, Vidal (1997).

(17) En effet, $\forall t \geq 1$, $\phi(t)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha^t}-1}{(1+n_1)^{\alpha^t}}} / (1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}} \leq 1$, car $\phi(0) \lesseqqgtr \phi(1)^{\frac{(1+n_1)^{\alpha}-1}{(1+n_1)^{\alpha}}} \lesseqqgtr ... \lesseqqgtr \phi(\infty)^{[0]} = 1$ et $1+n_1 \gtreqqless (1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha}{\xi}} \gtreqqless ... \gtreqqless (1+n_1)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha^{\infty}}{\xi}} = 1$.

(18) Préoccupations légitimes, si elles amènent les pays riches à prendre leurs responsabilités rapidement et si elles ne leur font pas oublier les autres dimensions du développement, évitant d'appréhender le Sud sous l'angle restreint de futurs gros pollueurs.